Математички Билтен
Книга 5—6 (XXXI—XXXII), 1981—1982, (17-27)
Скопје — Југославија

МЕТОДА НА LAGRANGE НА ВАРИЈАЦИЈА НА КОНСТАНТИ НА АРЕОЛАРНА ЛИНЕАРНА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА ОД n-ТИ РЕД

Борко Илиевски

Линеарна ареоларна диференцијална равенка од n-ти ред е предмет на проучувањата во трудовите на Ј. Кечкиќ, Б. Мартиќ и С. Фемпл.

Во овој труд даваме еден општ приод кон квадратурно решавање на ареоларна линеарна нехомогена диференцијална равенка од n-ти ред, со аналитички по $z = x + iy$ коефициенти, со што го обопштуваме резултатот од трудот [2] на С. Фемпл.

С. Фемпл во трудот [1] ја докажа следнава

Теорема: *Регуларно решение на парцијалната равенка*

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j} B_j(w) = 0, \tag{1}$$

каде a_{n-j} $(j = 0, 1, \ldots, n-1)$ *и* $a_0 = 1$ *се константни коефициенти, е дадено со*

$$w = \sum_{j=1}^{n} C_j(z) e^{\frac{r_j}{2}\bar{z}} \tag{2}$$

при што $C_j = C_j(z)$ *се произволни аналитички функции од* $z = x + iy$, *а* r_j *меѓу себе различни решенија на карактеристичната равенка*

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j} r^j = 0. \tag{3}$$

При ова операторот B_n *е воведен со рекурзивната дефиниција*

$$B \stackrel{def}{=} \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \tag{4}$$

$$B_{n+1} = B(B_n) \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Понатаму, во работата [2] го поставува проблемот за наоѓање решение на парцијалната равенка

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j} B_j(w) = F(x, y), \tag{5}$$

каде a_{n-j} $(j = 0, 1, \ldots, n-1)$ и $a_0 = 1$ се константни коефициенти, а F дадена комплексна функција.

Проблемот го решава користејќи го решението (2) на парцијалната равенка (1), која што се добива од (5) за $F(x, y) = 0$, и постапката аналогна на *Lagrange*-овата метода на варијација на константи кај обичните линеарни диференцијални равенки.

Ј. Кечкиќ [3] ја обопштува цитираната теорема на Фемпл од [1] за равенки од облик (1) во кои коефициентите a_{n-j} $(j = 0, 1, \ldots, n-1)$ не се константи туку дадени аналитички функции од $z = x + iy$ преку следнава

Теорема: *Регуларно решение на парцијалната равенка*

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j}(z) B_j(w) = 0. \tag{1'}$$

($B_1 = B$; $a_{n-j} = a_{n-j}(z)$ $(j = 0, 1, \ldots, n-1)$ се дадени аналитички функции и $a_0 = 1$) е

$$w = \sum_{j=1}^{n} C_j(z)\, e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} \tag{2'}$$

каде $C_j = C_j(z)$ $(j = 1, \ldots, n)$ се произволни аналитички функции, а $r_j = r_j(z)$ $(j = 1, \ldots, n)$ корени на равенката

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j}(z)\, r^j = 0, \tag{3'}$$

за кои претпоставуваме дека се меѓусебе различни.

Во оваа работа ќе покажеме дека резултатот на Фемпл од [2] за парцијалната равенка (5), со константни коефициенти, во целост може да се пренесе на равенката

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j}(z) B_j(w) = F(x, y) \tag{5'}$$

со аналитички коефициенти $a_{n-j} = a_{n-j}(z)$ $(j = 0, 1, \ldots, n-1)$, $a_0 = 1$ и десна страна F дадена општа комплексна функција. Со други зборови, ако го знаеме решението (2') на равенката (1'), добиена од (5') за $F(x, y) =$

0, лесно може да се најде решение на равенката (5′) преку постапка аналогна на изнесената во [2], која во целост ќе ја изнесеме.

Нека претпоставиме дека функциите $C_j = C_j(z)$ $(j = 1, \ldots, n)$ во (2′) не се аналитички туку произволни комплексни функции, кои што ќе ги определиме од условот да функцијата W, определена со (2′), е решение на равенката (5′). За нивно определување потребни се n услови.

Пред да пристапиме кон определување на овие услови, равенката (5′) ќе ја запишеме во обликот

$$\sum_{j=0}^{n} 2^j a_{n-j}(z) \frac{\hat{d}^j w}{d\bar{z}^j} = F(x, y) \tag{5''}$$

при што ја искористивме врската

$$B_n = 2^n \frac{\hat{d}^n}{d\bar{z}^n} \qquad (n = 1, 2, \cdots) \tag{6}$$

што постои помеѓу операторот

$$B = \frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y},$$

познат под име оператор на Билимовиќ [4], и операторот

$$\frac{d}{d\bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right),$$

познат под име операторен извод по $\bar{z} = x - iy$ [5].

Ако над двете страни во равенството(2′), во кое што веќе претпоставивме дека C_j $(j = 1, \ldots . n)$ се произволни комплексни функции, го примениме операторот $\frac{\hat{d}}{d\bar{z}}$, согласно неговите операциски правила ([5] стр. 17—31), имаме

$$\frac{\hat{d}w}{d\bar{z}} = \frac{\hat{d}}{d\bar{z}}\left(\sum_{j=1}^{n} C_j e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}}\right) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\hat{d}}{d\bar{z}}\left(C_j e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}}\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\hat{d}C_j}{d\bar{z}} e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}} + C_j \frac{\hat{d}e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}}}{d\bar{z}}\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{d\,C_j}{d\bar{z}}\, e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}} + C_j\, e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}}\, \frac{\hat{d}}{d\bar{z}}\left(\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}\right)\right] =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{\hat{d}\,C_j}{d\bar{z}}\, e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}} + C_j\, e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}}\, \frac{r_j(z)}{2}\right] =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}}\, \frac{\hat{d}\,C_j}{d\,\bar{z}} + \sum_{j=1}^{n} C_j\, \frac{r_j(z)}{2}\, e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}},$$

од каде го добиваме првиот услов

$$\sum_{j=1}^{n} e^{\frac{r_j(z)\bar{z}}{2}}\, \frac{\hat{d}\,C_j}{d\,\bar{z}} = 0, \tag{7}$$

а притоа

$$\frac{\hat{d}\,w}{d\,\bar{z}} = \sum_{j=1}^{n} C_j\, \frac{r_j(z)}{2}\, e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} \tag{8}$$

Со примена на операторот $\frac{\hat{d}}{d\bar{z}}$ над двете страни на (8), на сличен начин, добиваме

$$\frac{\hat{d}^2 w}{d\,\bar{z}^2} = \frac{\hat{d}}{d\,\bar{z}}\left(\frac{\hat{d}\,w}{d\,\bar{z}}\right) = \frac{\hat{d}}{d\bar{z}}\left(\sum_{j=1}^{n} C_j\, \frac{r_j(z)}{2}\, e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \frac{\hat{d}\,C_j}{d\,\bar{z}}\, \frac{r_j(z)}{2}\, e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} + \sum_{j=1}^{n} C_j\, \frac{r_j(z)^2}{2^2}\, e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}},$$

од каде го имаме вториот услов

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\hat{d}\,C_j}{d\,\bar{z}}\, \frac{r_j(z)}{2}\, e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}, \tag{9}$$

поради што

$$\frac{\hat{d}^2 w}{d\,\bar{z}^2} = \sum_{j=1}^{n} C_j\, \frac{r_j^2(z)}{2^2}\, e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}, \tag{10}$$

Со наредна примена на операторот $\frac{\hat{d}}{d\bar{z}}$ над (10), имаме

$$\frac{\hat{d}^3 w}{d\bar{z}^3}=\sum_{j=1}^{n}\frac{d\,C_j}{d\,\bar{z}}\,\frac{r_j^2(z)}{2^2}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}+\sum_{j=1}^{n}C_j\,\frac{r_j^3(z)}{2^3}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}},$$

па третиот услов гласи

(11)
$$\sum_{j=1}^{n}\frac{\hat{d}\,C_j}{d\,\bar{z}}\,\frac{r_j^2(z)}{2^2}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}},$$

а операторниот извод на w по $\bar{z}$ од трети ред е

(12)
$$\frac{\hat{d}^3 w}{d\,\bar{z}^3}=\sum_{j=1}^{n}C_j\,\frac{r_j^3(z)}{2^3}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}.$$

Продолжувајќи го овој процес ги наоѓаме натамошните услови за определување на произволните комплексни функции C_j $(j=1,\ldots,n)$, така да после $n-1$-ва постапка го добиваме $n-1$-иот услов

(13)
$$\sum_{j=1}^{n}\frac{\hat{d}\,C_j}{d\,\bar{z}}\,\frac{r_j^{n-2}(z)}{2^{n-2}}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}=0,$$

а за операторниот извод на W по $\bar{z}$ од $n-1$ в ред, имаме

(14)
$$\frac{\hat{d}^{\,n-1} w}{d\,\bar{z}^{n-1}}=\sum_{j=1}^{n}C_j\,\frac{r_j^{n-1}(z)}{2^{n-1}}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}.$$

n-тиот услов го добиваме од условот да функцијата w, нејзините $n-1$ последователни изводи: $\frac{\hat{d}w}{d\bar{z}},\ldots,\frac{\hat{d}^{n-1}w}{d\bar{z}^{n-1}}$, определени со (2'), (8), (10), (12), . . . , (14), и n-тиот операторен извод

$$\frac{\hat{d}^n w}{d\,\bar{z}^n}=\frac{\hat{d}}{d\bar{z}}\left(\sum_{j=1}^{n}C_j\,\frac{r_j^{n-1}(z)}{2^{n-1}}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}\right)=$$

$$=\sum_{j=1}^{n}\frac{\hat{d}\,C_j}{d\,\bar{z}}\,\frac{r_j^{n-1}(z)}{2^{n-1}}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}+\sum_{j=1}^{n}C_j\,\frac{r_j^{n}(z)}{2^{n}}\,e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}}$$

ја задоволува парцијалната равенка (5''). Имаме

$$2^n \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{\hat{d}\, C_j}{d\, \bar{z}} \frac{r_j^{n-1}(z)}{2^{n-1}} e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} + 2^n \sum_{j=1}^{n} C_j \frac{r_j^n(z)}{2^n} e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} +$$

$$+ 2^{n-1} a_1(z) \sum_{j=1}^{n} C_j \frac{r_j^{n-1}(z)}{2^{n-1}} e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} +$$

$$+$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$+ 2a_{n-1}(z) \sum_{j=1}^{n} C_j \frac{r_j(z)}{2} e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} +$$

$$+ a_n(z) \sum_{j=1}^{n} C_j e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} = F(x, y)$$

или, ако ги групираме членовите по C_j, $(j = 1, \ldots, n)$,

$$2^n \sum_{j=1}^{n} \frac{\hat{d}\, C_j}{d\, \bar{z}} \frac{r_j^{n-1}(z)}{2^{n-1}} e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} C_j e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} \left(\sum_{\nu=0}^{n} a_{n-\nu} r_j^{\nu}(z) \right) = F(x, y).$$

Како r_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ се решенија на алгебарската равенка (3'), тоа сумите

$$\sum_{\nu=0}^{n} a_{n-\nu} r_j^{\nu}(z) \qquad\qquad (j = 1, \ldots n)$$

се идентички еднакви на нула во разгледувана област така да n-тиот услов гласи

(15) $$2^n \sum_{j=1}^{n} \frac{\hat{d}\, C_j}{d\, \bar{z}} \frac{r_j^{n-1}(z)}{2^{n-1}} e^{\frac{r_j(z)}{2}\bar{z}} = F(x, y).$$

Да ги запишеме добиените услови (7), (9), (11), . . . , (13) и (15) во развиена форма, еден под друг:

$$
(16)\quad \begin{cases}
e^{\frac{r_1}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_1}{d\bar z} + e^{\frac{r_2}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_2}{d\bar z} + \ldots + e^{\frac{r_n}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_n}{d\bar z} = 0 \\[2ex]
\dfrac{r_1}{2}e^{\frac{r_1}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_1}{d\bar z} + \dfrac{r_2}{2}e^{\frac{r_2}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_2}{d\bar z} + \ldots + \dfrac{r_n}{2}e^{\frac{r_n}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, c_n}{d\bar z} = 0 \\[2ex]
\dfrac{r_1^2}{2^2}e^{\frac{r_1}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_1}{d\bar z} + \dfrac{r_2^2}{2^2}e^{\frac{r_2}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_2}{d\bar z} + \ldots + \dfrac{r_n^2}{2^2}e^{\frac{r_n}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_n}{d\bar z} = 0 \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
\dfrac{r_1^{n-2}}{2^{n-2}}e^{\frac{r_1}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_1}{d\bar z} + \dfrac{r_2^{n-2}}{2^{n-2}}e^{\frac{r_2}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_2}{d\bar z} + \ldots + \\[2ex]
+\dfrac{r_n^{n-2}}{2^{n-2}}e^{\frac{r_n}{2}\bar z}\dfrac{\hat d C_n}{d\bar z} = 0 \\[2ex]
2^n\left(\dfrac{r_1^{n-1}}{2^{n-1}}e^{\frac{r_1}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_1}{d\bar z} + \dfrac{r_2^{n-1}}{2^{n-1}}e^{\frac{r_2}{2}\bar z}\dfrac{\hat d\, C_2}{d\bar z} + \ldots + \right. \\[2ex]
\left. + \dfrac{r_n^{n-1}}{2^{n-1}}e^{\frac{r_n}{2}\bar z}\dfrac{\hat d C_n}{d\bar z}\right) = F.
\end{cases}
$$

Системата (16) може да се разгледува како алгебарска система од n линеарни равенки со n непознати $\dfrac{\hat d C_j}{d\bar z}$ $(j = 1, \ldots, n)$. Како нејзината детерминанта

$$\Delta = e^{\frac{1}{2}(r_1 + r_2 + \ldots + r_n)\bar z} . 2^{\frac{n(3-n)}{2}} V,$$

каде

$$V = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & \cdot & r_n \\ r_1^2 & r_2^2 & \cdot & \cdot & \cdot & r_n^2 \\ \cdot & \cdot & & & & \\ \cdot & \cdot & & & & \\ \cdot & \cdot & & & & \\ r_1^{n-1} & r_2^{n-1} & \cdot & \cdot & \cdot & r_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

е така наречена Wan der Monde-ова детерминанта, е различна од нула, тоа системот (16) има само едно решение, кое што ќе го означиме со

$$\frac{\hat{d}\, C_j}{d\,\bar{z}} = \zeta_j \qquad (j = 1, \ldots, n) \tag{17}$$

Од равенствата (17), согласно̂ дефиницијата на операторниот интеграл по $\bar{z} = x - iy$ (види [5] стр. 32), имаме

$$C_j = \hat{\int} \zeta_j \, d\bar{z} \qquad (j = 1, \ldots, n)$$

т. е.

$$C_j = \Theta_j + \varphi_j(z) \qquad (j = 1, \ldots, n) \tag{18}$$

каде Θ_j е една операторно примитивна функција по $\bar{z}$ на функцијата ζ_i $(j = 1, \ldots, n)$, а $\varphi_j(z)$ $(j = 1, \ldots, n)$ произволни аналитички функции од $z = x + iy$ што играат улога на константи при операторна интеграција по $\bar{z}$.

Од изнесената постапка гледаме дека при направените претпоставки секогаш може да се определат функциите C_j $(j = 1, \ldots, n)$ преку формулите (18) така да функцијата w, определена со (2′) е решение на равенката (5″) т.е. (5′). Според тоа, решение на равенката (5′) е

$$W = \sum_{j=1}^{n} (\Theta_j + \varphi_j(z))\, e^{\frac{r_j}{2}\bar{z}}$$

т.е.

$$(19) \qquad w = \sum_{j=1}^{n} \Theta_j e^{\frac{r_j}{2}\bar{z}} + \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(z)\, e^{\frac{r_j}{2}\bar{z}}$$

при што функцијата, определена со втората сума во (19) е решение на равенката (1′), која се добива од (5′) за $F(x, y) = 0$.

Диференцијални равенки од обликот (5′), со изедначување на реалните, односно имагинарните делови на неговите изрази што се наоѓаат од двете страни на знакот за равенство, се распаѓаат на системи парцијални диференцијални равенки по непознати функции

$$u(x, y) = Re\, w \quad \text{и} \quad v(x, y) = Im\ w.$$

Поради ова, изнесената постапка овозможува решавање на една класа системи парцијални диференцијални равенки.

Пример: Нека е даден системот парцијални диференцијални равенки

$$(20) \qquad \begin{aligned} &\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - 4(x^2 - y^2)\, u + 8\, x\, y\, v = 8\, x\, e^{x^2 + y^2} \\ &\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 4(x^2 - y^2)\, v - 8\, x\, y\, u = 8\, y\, e^{x^2 + y^2}. \end{aligned}$$

Ако втората равенка ја помножиме со i и собереме со првата, го добиваме еквивалентниот комплексен запис

$$(21) \qquad B_2(w) - 4\, z^2\ w = 8 z e^{z \bar{z}}$$

или, согласно (6),

$$(21') \qquad \frac{\hat{d}^2\, w}{d\bar{z}^2} - z^2\, w = 2\, z\, e^{z\bar{z}}$$

на дадениот систем парцијални диференцијални равенки.

Како корени на равенката

$$r^2 - 4\, z^2 = 0$$

се $r_1=2z$ и $r_2=-2z$, тоа, согласно (2'), регуларно решение на равенката

$$B_2(w)-4z^2w=0$$

е

$$w=C_1(z)e^{z\bar{z}}+C_2(z)e^{-z\bar{z}}. \tag{22}$$

Ако претпоставиме дека $C_j=C_j(z)$ $(j=1,2)$ во последното равенство не се аналитички туку произволни комплексни функции, тогаш, согласно изнесената постапка, функцијата

$$w=C_1e^{z\bar{z}}+C_2e^{-z\bar{z}} \tag{22'}$$

ќе биде решение на равенката (21') т.е. (21) само за

$$C_1=\bar{z}+\varphi_1(z)$$

$$C_2=-\frac{1}{2z}e^{2z\bar{z}}+\varphi_2(z),$$

каде $\varphi_j=\varphi_j(z)$ $(j=1,2)$ се произволни аналитички функции.

Според тоа, решение на диференцијалната равенка (21) е

$$y=\varphi_1(z)e^{z\bar{z}}+\varphi_2(z)e^{-z\bar{z}}+\bar{z}e^{z\bar{z}}-\frac{1}{2z}e^{z\bar{z}}, \tag{23}$$

а решение на системот парцијални диференцијални равенки (20) е

$$u(x,y)=Re\,w \quad \text{и} \quad v(x,y)=Im\,w,$$

каде функцијата w е определена со (23), т.е.

$$u(x,y)=\alpha_1e^{x^2+y^2}+\alpha_2e^{-(x^2+y^2)}+x\,e^{x^2+y^2}-\frac{x\,e^{x^2+y^2}}{2(x^2+y^2)}.$$

$$v(x,y)=\beta_1e^{x^2+y^2}+\beta_2e^{-(x^2+y^2)}-y\,e^{x^2+y^2}+\frac{y\,e^{x^2+y^2}}{2(x^2+y^2)}$$

При ова произволните функции $\alpha_j=\alpha_j(x,y)$ и $\beta_j=\beta_j(x,y)$ се поврзани со Cauchy—Riemann-овите услови за аналитичност на функциите $\varphi_j(z)=\alpha_j+i\beta_j$ $(j=1,2)$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] — S. Fempl: Areoläre exponencialfunction als lösung einer classe diferentialgleichungen, Public. de l'institut. mathem., Nouvelle série, tome 8 (22), 1969, Belgrade, p. 138—142.

[2] S. Fempl: Uber eine partielle differentialgleichung in der nichtanalytische funcitionen ersceinen, Public. de l'Instit. mathem. Nouvelle série, tome 9 (23), 1969, Belgrade, p. 115—122.

[3] J. Кечкић: О једној класи парцијалних једначина, Математички весник, 6 (21), 1969, Београд, стр. 71—73.

[4] А. Билимовић: Диференцијални елементи геометриске теорије неаналитичких функција, ГЛАС Српске Академије наука и уметности т. CCXLII, одељење прир. матем. наука, No 19, 1960, Београд.

[5] Г. Положий: Обобщение теории аналитических функций комплексного переменного, Издательство Киевского универзитета, 1965.

[6] B. Martić: Aremarc on partial differential eguations which are in connection with nonanalytic functions, RADOVI Akademije nauka i umjetnosti Bosne i Hercegovine, knj. LXI, odelj. prirod. i matem. nauka knj. 17, 1978, Sarajevo.

MÈTHODE DE LAGRANGE DE LA VARIATION DES CONSTANTES AU CAS DE L'ÉQUATION DIFFÉRÉNTIELLE ARÉOLAIRE DE n-IÈME ORDRE

Borko Jlievski

Résumé

On établit une analogie parmis le procédé classique de Lagrange relatif à la variation des constantes arbitraires dans les solutions des équations différentielles ordinaires et linéaires, avec les équations aux dérivées aréolaires.

On démontre le théorème semblable au théorème de Lagrange au cas de l'équation aréolaire linéaire nop-homogène de n-ième ordre.

Avec ce résultat on généralise quelques résultats des auteurs yougoslaves J. Kcčkić [3], B. Martić [6], et S. Femple [2].