Нека важи (13), тогаш A_{00} може да се определи од

$$A_{00}=\frac{\alpha_{22}}{a_{22}}. \tag{13'}$$

Тој услов е анолагон кај парцијални равенки од IV ред на условот од Т. Пејовиќ [1] и Н. Еругин [2], за тоа да обична линеарна диференцијална равенка од n-ти ред се сведе на равенка со константни коефициенти, т. е. ако t е нова независно променлива, во однос на старата x, потребен услов за тоа е да важи

$$t=\int^{n}\sqrt{a_n(x)}\,dx$$

каде $a_n(x)$ е коефициент пред непознатата функција y во дадената линеарна диференцијална равенка од n-ти ред

$$a_0(x)\,y^{(n)}+a_1(x)\,y^{(n-1)}+\ldots+a_n(x)\,y=0,$$

што го претставува познатиот услов на Пејовиќ.

Останатите коефициенти се определуваат од системот

$$\sum_{k=0}^{3}\sum_{i=0}^{3-k}\binom{3-k}{i}A_{3-k-i,\,i}\,\frac{\partial^{3-k}f}{\partial x^{3-k-i}\partial y^{i}}=a_{10}\,A_{00}-\lambda_{10}$$

$$\sum_{k=0}^{3}\sum_{i=0}^{3-k}\binom{3-k}{i}A_{3-k-i,i}\,\frac{\partial^{3-k}g}{\partial x^{3-k-i}\partial y^{i}}=a_{01}\,A_{00}-\lambda_{01}$$

$$\sum_{p=0}^{1}\sum_{i=0}^{3}3\binom{2}{i}A_{3-i-p,\,i+p}\,\frac{\partial f}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^{2}f}{\partial x^{2-i}\,\partial y^{i}}+$$

$$+\quad\sum_{p=0}^{1}\sum_{i=0}^{1}A_{2-i-p,\,i+p}\frac{\partial f}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial f}{\partial x^{1-i}\,\partial y^{i}}=a_{20}\,A_{00}-\lambda_{20}$$

$$\sum_{p=0}^{1}\sum_{k=1}^{2}\sum_{i=0}^{k]}(k+1)\binom{k}{i}A_{k-i-p+1,\,i+p}\,\frac{\partial f}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^{k}g}{\partial x^{k-i}\,\partial y^{i}}+$$

$$+\quad\sum_{p=0}^{1}\sum_{i=0}^{2}3\binom{2}{i}A_{3-i-p,\,i+p}\,\frac{\partial g}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^{2}f}{\partial x^{2-i}\,\partial y^{i}}=a_{11}\,A_{00}-\lambda_{11}$$

$$
\begin{aligned}
(14)\qquad & 3\sum_{p=0}^{1}\sum_{i=0}^{2}\binom{2}{i}A_{3-i-p,\,i+p}\,\frac{\partial g}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-i}\,\partial y^{i}}+\\
& +\sum_{p=0}^{1}\sum_{i=0}^{1}A_{2-i-p,\,i+p}\,\frac{\partial g}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial g}{\partial x^{1-i}\,\partial y^{i}}=a_{02}\,A_{00}-\lambda_{02}\\
& \sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}A_{3-k,\,k}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{3-k}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^{k}=a_{30}\,A_{00}-\lambda_{30}\\
& \sum_{k=0}^{2}\sum_{i=0}^{1}\binom{2}{k}A_{3-k-i,\,i+k}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{2-k}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^{k}\frac{\partial g}{\partial x^{1-i}\,\partial y^{i}}=a_{21}\,A_{00}-\lambda_{21}\\
& \sum_{k=0}^{2}\sum_{i=0}^{1}\binom{2}{k}A_{3-k-i,\,i+k}\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{2-k}\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^{k}\frac{\partial f}{\partial x^{1-i}\,\partial y^{i}}=a_{12}\,A_{00}-\lambda_{12}\\
& \sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}A_{3-k,\,k}\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{3-k}\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^{k}=a_{03}\,A_{00}-\lambda_{03}
\end{aligned}
$$

каде λ_{ij}, $(i+j=1, 2, 3;\ i, j=0, 1, 2, 3)$ се определени функции од A_{ij} $(i+j=4;\ i,j=0, 1, 2, 3, 4)$ и се дадени со следните изрази

$$\lambda_{10}=\sum_{i=0}^{4}\binom{4}{i}A_{4-i,\,i}\,\frac{\partial^4 f}{\partial x^{4-i}\,\partial y^{i}}$$

$$\lambda_{01}=\sum_{i=0}^{4}\binom{4}{i}A_{4-i,\,i}\,\frac{\partial^4 g}{\partial x^{4-i}\,\partial y^{i}}$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_{20}= & \sum_{p=0}^{1}\sum_{i=0}^{3}4\binom{3}{i}A_{4-i-p,\,i+p}\,\frac{\partial f}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x^{3-i}\,\partial y^{i}}+\\
& +\sum_{p=0}^{2}\sum_{i=0}^{2}3\binom{2}{i}\binom{2}{p}A_{4-i-p,\,i+p}\,\frac{\partial^2 f}{\partial x^{2-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial x^{2-i}\,\partial y^{i}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_{11}= & \sum_{p=0}^{1}\sum_{i=0}^{3}4\binom{3}{i}A_{4-i-p,\,i+p}\left(\frac{\partial f}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^3 g}{\partial x^{3-i}\,\partial y^{i}}+\right.\\
& \left.+\frac{\partial g}{\partial x^{1-p}\,\partial y^{p}}\cdot\frac{\partial^3 f}{\partial x^{3-i}\,\partial y^{i}}\right)+\\
& +6\sum_{k=0}^{2}\sum_{i=0}^{2}\binom{2}{k}\binom{2}{i}A_{4-i-k,\,i+k}\,\frac{\partial^2 f}{\partial x^{2-k}\,\partial y^{i}}\cdot\frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-i}\,\partial y^{i}}
\end{aligned}
$$

$$\lambda_{02} = \sum_{p=0}^{1} \sum_{i=0}^{3} 4 \binom{3}{i} A_{4-i-p,\, i+p} \frac{\partial g}{\partial x^{1-p}\, \partial y^{p}} \cdot \frac{\partial^3 g}{\partial x^{3-i}\, \partial y^{i}} +$$

$$+ \sum_{p=0}^{2} \sum_{i=0}^{2} 3 \binom{2}{i} \binom{2}{p} A_{4-i-p,\, i+p} \frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-p}\, \partial y^{p}} \cdot \frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-i}\, \partial y^{i}}$$

$$\lambda_{30} = \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{2} 2 \binom{2}{k} \binom{2}{i} A_{4-k-i,\, i+k} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{2-k} \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^{k} \frac{\partial^2 f}{\partial x^{2-i}\, \partial y^{i}} +$$

$$+ 4 \sum_{p=0}^{1} \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{1} \binom{2}{k} A_{4-k-i-p,\, i+k+p} \frac{\partial^2 f}{\partial x^{2-k}\, \partial y^{k}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial f}{\partial x^{1-p}\, \partial y^{p}} \cdot \frac{\partial f}{\partial x^{1-i}\, \partial y^{i}}$$

$$(15)\quad \lambda_{21} = \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{2} 2 \binom{2}{k} \binom{2}{i} A_{4-k-i,\, i+k} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{2-k} \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^{k} \frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-i}\, \partial y^{i}} +$$

$$+ 4 \sum_{p=0}^{1} \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{1} \binom{2}{k} A_{4-k-i-p,\, i+k+p} \frac{\partial^2 f}{\partial x^{2-k}\, \partial y^{k}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial f}{\partial x^{1-p}\, \partial y^{p}} \cdot \frac{\partial g}{\partial x^{1-i}\, \partial y^{i}}$$

$$\lambda_{12} = \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{2} 2 \binom{2}{k} \binom{2}{i} A_{4-k-i,\, i+k} \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{2-k} \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^{k} \frac{\partial^2 f}{\partial x^{2-i}\, \partial y^{i}} +$$

$$+ 4 \sum_{p=0}^{1} \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{1} \binom{2}{k} A_{4-k-i-p,\, i+k+p} \frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-k}\, \partial y^{k}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial g}{\partial x^{1-p}\, \partial y^{p}} \cdot \frac{\partial f}{\partial x^{1-i}\, \partial y^{i}}$$

$$\lambda_{03} = \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{2} 2 \binom{2}{k} \binom{2}{i} A_{4-k-i,\, i+k} \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{2-k} \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^{k} \frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-i}\, \partial y^{i}} +$$

$$+ 4 \sum_{p=0}^{1} \sum_{k=0}^{2} \sum_{i=0}^{1} \binom{2}{k} A_{4-k-i-p,\, i+k+p} \frac{\partial^2 g}{\partial x^{2-k}\, \partial y^{k}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial g}{\partial x^{1-p}\, \partial y^{p}} \cdot \frac{\partial g}{\partial x^{1-i}\, \partial y^{i}}$$

Системот (14) е линеарен по непознатите коефициенти и неговата детерминанта е различна од нула, што може да се провери безособени тешкотии. Тоа значи дека системот (14) има единствени решенија за A_{ij} $(i+j=1, 2, 3; i, j=0, 1, 2, 3)$.

Врз основа на сето изложено можеме да ја формулираме следната

Теорема 1 (од тип Еругин-Пејовиќ за линеарни парцијални равенки од IV ред): Линеарната парцијална равенка од IV ред (1) каде $A_{ij}=A_{ij}(x, y)$ $(i+j=4;\ i, j=0, 1, 2, 3, 4)$ се произволни функции врзани со условот (13), а $A_{ij}=A_{ij}(x, y)$ $(i+j=0, 1, 2, 3;\ i, j=0, 1, 2, 3)$ се функции кои зависат од нив на еден определен начин даден со (13), (14), (15), со помош на смената на независно променливите (2) се сведува на равенка со константни коефициенти (3), каде се a_{ij} $(i+j=0, 1, 2, 3, 4;\ i, j=0, 1, 2, 3, 4)$ се произволни константни. Смената (2) е определена со равенката (6), односно со карактеристичните равенки (9) кои се линеарни парцијални равенки од I-ред и за смената (2) важи условот $\dfrac{D\ (f,g)}{D\ (x,y)} \neq 0$.

2^0. $A_{00}=0$. Равенката (1) со смената (2) се трансформира во равенка без член со $z\ (u,v)$ во (3).

На начин сличен како и погоре може да се формулира следната

Теорема II: Линеарната парцијална равенка од IV ред (1) каде A_{ij} $(i+j=4;\ i, j=0, 1, 2, 3, 4)$ се произволни функции врзани со условот (13) а исто така и со условот

$$(13'')\quad \sum_{k=0}^{2}\sum_{i=0}^{2}\binom{2}{k}\binom{2}{i} A_{4-i-k,\ i+k}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{2-k}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^{k}\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{2-i}\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^{i}=$$

$$=const,$$

додека A_{ij} $(i+j=1, 2, 3;\ i, j=0, 1, 2, 3)$ се функции кои зависат од нив се определуваат од системот (14), каде се заменува a_{ji} A_{00} со a_{ij} за $i+j=0, 1, 2, 3;\ i, j=0, 1, 2, 3$ помош на смената (2) на независно променливите се сведува на парцијална равенка од IV ред со константни коефициенти

$$\sum_{k=0}^{4}\sum_{i=0}^{4-k}\binom{4-k}{i} a'_{4-k-i,\ i}\ \frac{\partial^{4-k} z}{\partial u^{4-k-i}\,\partial v}=0$$

при што $a'_{00} = 0$, а a'_{ij} $(i + j = 1, 2, 3, 4;\ i, j = 0, 1, 2, 3, 4)$ се произволни константи. Смената (2) е определена со равенката (6), односно со карактеристичните равенки (9) кои се линеарни парцијални равенки и за смената да важи условот за решливост $\dfrac{D(f, g)}{D(x, y)} \neq 0.$

Со цел примена на овие две теореми може да се наведат доста случаи за трансформација на равенка од IV ред на попроста равенка. Посебен интерес би претставувале равенките од математичка физика подложни на горните трансформации, што би било предмет на посебен третман.

ЛИТЕРАТУРА

[1[T. Péyovitch-Bulletin de la Societe math. de France, t. 53, 1925, 208-225

[2] Н. П. Еругин — Приводимые системы, Труды физ.-мат. инст. им. Стеклова, т.XIII, 1946, стр. 92

[3] Д. С. Димитровски и Е. Атанасова — За редуктибилност на нелинеарни деференцијални равенки, Билтен на др. на мат. на СРМ, кг. 3—4 1979/80

[4] Д. Димиіровски и С. Георгиевска — Теореми од тип Еругин — Пејовиќ за линеарни парцијални равенки од II и III ред, Год. зборник на Мат. фак. Унив, „Кирил и Методиј" Скопје, т. 29, 1978, стр. 57-71.

[5] А. Г. Курош — Курс высшеи алгебры, ФИЗ Мат, ГИЗ, 1959

[6] Тихонов, Самарский — Уравнении математическои физикы, „Наука", Москва 1977, гл. I

LES THÉORÉMES DU TYPE IÉROUGUINE-PEYOVITCH SUR LES ÉQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES DU IV-ieme ORDRE

S. Georgievska

Resume

Le procede bien connu du a T. Péyovitch sur la transformation d'une équation différentielle linéaire à une équation aux coèfficients constants est élargi sur les equations aux dérivées partielles linéaires du IV-ième ordre,

Le même procédé, étant employé avec succès les équations non-linéaire dans [3], et sur les équations aux dérivées partielles linéaires du II et III-ième ordre dans [4], on en peut entrevoir son universalité.