ТАБЕЛА V

Израчунавање средњих пречника стабала V групе
(дебљина од 37,5 до 43,0 см)

Висина пречника у метрима	Пречници у см. стабала са редним бројевима										Средњи пречник у см.
	53	16	1	40	38	46	19	63	23	61	
0,00	54,0	50,8	54,4	59,5	61,0	61,2	56,4	60,0	60,9	56,5	57,47
0,10	45,4	44,9	47,8	50,5	54,9	53,6	50,5	55,6	55,7	53,9	51,28
0,20	41,4	43,5	46,9	46,5	51,9	47,6	47,8	52,7	51,6	49,8	47,97
0,30	40,0	43,0	44,5	45,0	48,5	45,2	46,4	51,2	48,2	47,2	45,92
0,40	39,3	42,4	43,2	43,0	46,0	44,3	44,3	48,4	47,2	47,1	44,52
0,50	39,2	39,6	41,4	41,8	44,2	43,5	43,6	47,8	46,9	47,0	43,50
0,60	39,1	39,4	40,6	40,9	43,2	42,6	43,1	46,8	45,5	46,1	42,73
0,70	39,0	39,3	40,2	40,4	42,4	41,9	42,8	45,3	44,9	45,0	42,12
0,80	38,8	38,8	39,5	40,0	41,8	41,4	42,3	44,9	44,4	44,5	41,64
0,90	38,5	38,4	39,2	39,9	41,2	41,3	42,0	44,0	44,0	43,9	41,24
1,00	38,2	38,0	38,9	39,7	40,8	41,0	41,6	43,5	43,6	43,7	40,90
1,10	37,9	37,9	38,6	39,5	40,5	40,7	41,4	43,1	43,2	43,3	40.61
1,20	37,6	37,8	38,4	39,3	40,2	40,5	41,0	42,8	42,9	43,2	40,37
1,30	37.5	37,6	38,2	39,2	39,5	40,4	40,9	42,6	42,7	43,0	40,16
1,40	37,1	37,3	38,1	39,1	39,4	40,2	40,7	42,4	42,5	42,9	39.97
1,50	36,8	37,0	38,0	39,0	39,3	40,1	40,5	42,2	42,3	42,8	39,80
1,60	36,5	36,7	37,9	38,9	39,0	40,1	40,5	42,1	42,2	42,7	36,66
1,70	36,1	36,4	37,8	38,7	38,8	40,1	40,4	42,0	42,2	42,7	39,52
1,80	36,0	36,3	37,7	38,5	38,6	40,0	40,3	41,8	42,2	42,7	39,41
1,90	35,9	36,2	37,6	38,4	38,5	39,8	40,2	41,5	42.2	42,7	39,30
2,00	35,9	36,2	37,5	38,3	38,4	39,7	39,9	41,2	42,2	42,7	39,20
2,10	35,8	36,1	37,5	38,2	38,3	39,7	39,8	41,0	42,1	42,6	39,11
2,20	35,7	36,0	37,4	38,1	38,2	39,6	39,7	40,9	42,1	42,6	39,03
2,30	35,4	36,0	37,4	38,0	38,2	39,5	39,6	40,9	42,0	42,5	38,95
2,40	35,2	36,0	37,3	37,9	38,1	39,4	39,6	40,8	42,0	42,5	38,88
2,50	34,9	35,9	37,3	37,8	38,0	39,4	39,6	40,8	42.0	42,5	38,82

су они измерени на терену и то тако да сви подаци из једне колоне припадају оном стаблу, чији редни број стоји на челу те колоне.

Да би се смањио утицај отступања појединих стабала од општег облика стабла, за сва стабла исте групе нађени су средњи пречници и њихова вредност је унета у последњу колону одговарајуће табеле. Приликом израчунавања вредности експонента облика r, употребљаване су вредности ових средњих пречника.

Како је ради употребе обрасца (2) потребно знати отстојање појединих пречника од врха стабла, то су, са висинске кривуље за примерну површину број 2, нађене средње висине које одговарају појединим групама стабала. Тако је нађено да је:

Средња	висина	I	групе	стабала	20,286	метара,
„	„	II	„	„	22,522	„
„	„	III	„	„	23,816	„
„	„	IV	„	„	24,563	„
„	„	V	„	„	25,631	„

Испитивање

Предмет овог рада јесте, као што је већ наглашено, испитивање облика криве стабла на делу стабла од 0,00 до 2,50 метара његове висине.

При овоме испитивању претпостављено је да је испитивани део стабла попречним пресецима, на остојању 0,10 метара од једнога пресека до другога, издељен на 25 кратких превршених ротационих тела-секција-која наслагана једно на друго образују тај испитивани део стабла.

Облик сваке од ових секција или је сличан облику неког од превршених ротационих параболоида или је сличан облику неког од других ротационих тела, која чине прелаз између горе наведених ротационих параболоида.

Овакво посматрање даје могућност да криве облика сваке од ових секција испитујемо на исти начин као и криве облика појединих ротационих параболоида узимајући да и за криве ових секција вреди општа једначина свих парабола које иду кроз координатни почетак, тј. да и за њих вреди једначина $y^2 = px^r$, и да се онда применом обрасца (2) могу и код њих израчунавати одговарајући експоненти облика r.

На тај начин је овде, применом обрасца (2), а према слици 3, изналажен експонент облика r за сваку од 25 секција свих пет група стабала. При томе су као пречници y_1 и y_2 узимани крајњи пречници сваке од појединих секција и њихове вредности уношене у образац (2), а за величине x_1 и x_2 узимана су отстојања ових пречника y_1 и y_2 од врха стабла.

Да би се, као што је горе већ напоменуто, смањио утицај отступања облика појединих стабала од општег облика, као вредности пречника y_1 и y_2 нису узимане вредности тих пречника онакве какве су оне код сваког појединог стабла, већ су за y_1 и y_2 узимане вредности средњег пречника, које одговарају свим стаблима једне групе.

Јасно је да једна од овако добијених вредности експонента облика r, карактерише облик само оног дела криве стабла, кроз чије крајње тачке пролазе пречници y_1 и y_2 употребљени за израчунавање тога експонента облика r.

На једном примеру ћемо показати како су вршена израчунавања вредности експонента облика r.

Узмимо, например, прву групу стабала. Ова група има 25 секција и за сваку криву од тих појединих секција треба израчунати одговарајући експонент облика r. Ми ћемо узети само прву секцију, тј. секцију од 0,00 до 0,10 метара висине стабла. Да би употребили образац (2) треба да нађемо одговарајуће вредности за пречнике y_1 и y_2, а затим отстојања тих пречника од врха стабла x_1 и x_2.

У табели I, која одговара првој групи стабала, десно од висине пречника на 0,00 метара, у последњој колони, налази се одговарајућа вредност средњег пречника на 0,00 метара и она износи 32,55 сантиметара. Исто тако, десно од висине пречника на 0,10 метара, у последњој колони, налази се одговарајућа вредност средњег пречника на 0,10 метара и она износи 27,02 сантиметара. Ако се први од ових средњих пречника (према слици 3) обележи са y^2, а други са y_2, онда је значи $y_1 = 32,55$ см, а $y_2 = 27,02$ см.

Из логаритамских таблица налазимо да је:

$$\log y_1 = \log 32,55 = 1.5125510$$
$$\log y_2 = \log 27,02 = 1,4316853,$$

а одавде одузимањем:

$$\log y_1 = \log y_2 = 0,808657.$$

Кад се ова разлика логаритама помножи са бројем 2, добиће се

$$2 (\log y_1 - \log y_2) = 0,1617314 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3).$$

Из напред наведених података о средњим висинама појединих група стабала, налази се да је средња висина стабала I групе 20,286 м. Кад се зна ова висина лако се добија отстојање пречника 18 од врха стабла, тј. величина x_1 и x_2, и то:

$$x_1 = 20,286 \text{ метара}$$
$$x_2 = 20,186 \text{ метара.}$$

Кад се нађу логаритми ових отстојања

$$\log x_1 = \log 20,286 = 1,3071964$$
$$\log x_2 = \log 20,186 = 1,3050503,$$

и одузме доњи логаритам од горњега, добија се њихова разлика:

$$\log x_1 - \log x_2 = 0,0021461 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4).$$

Кад се ове вредности (3) и (4) унеси у образац (2), наћи ће се да је

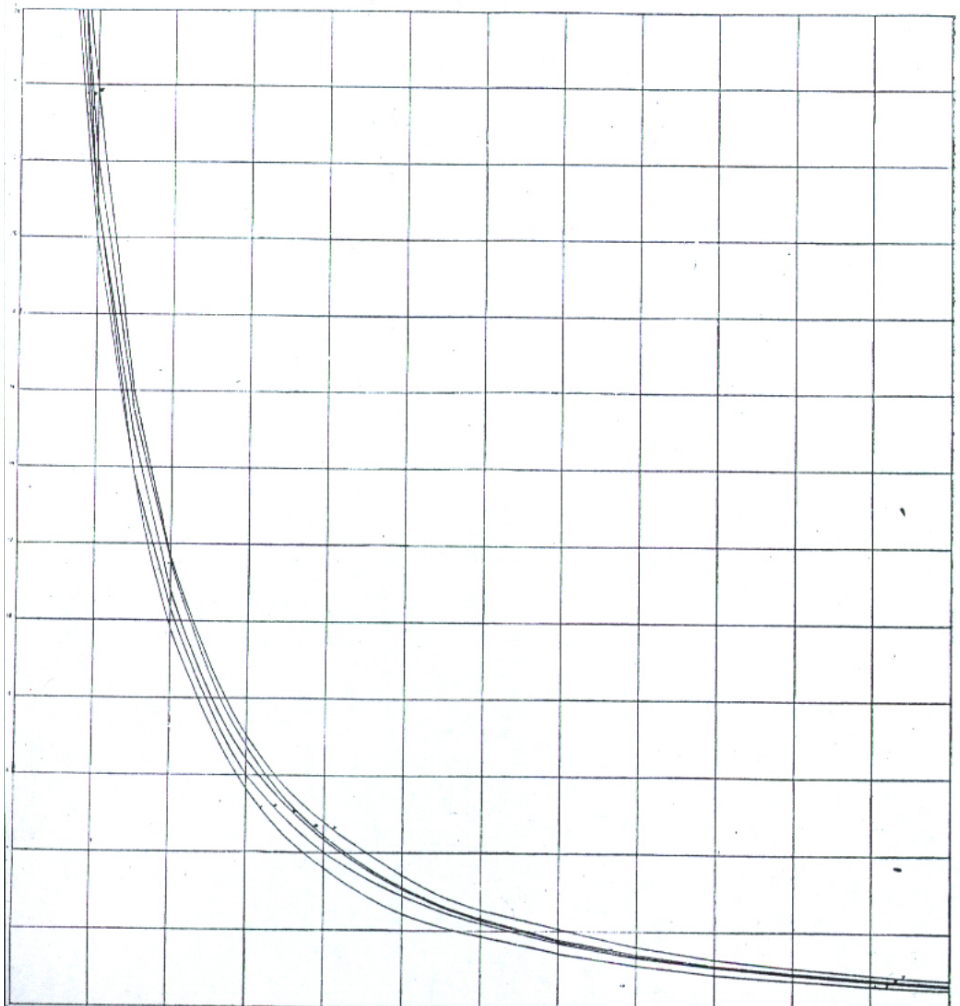
$$r = \frac{0,1617314}{0,0021 \cdot 61} = 75,36...$$

и то је тражена вредност експонента облика r.

На овај начин је продужено рачунање експонента облика *r* за све остале секције прве групе стабала, а затим је то исто учињено и за све остале групе стабала.

Све тако добијене вредности за експонент облика *r*, сложене су у табели VI, у колони одговарајуће групе стабала.

Најзад су, да би добијени резултати били уочљивији, све вредности експонента облика *r*, из табеле VI, претстављене графички на слици 4. На графикону слике 4 обележене су поједине криве линије са бројевима I, II, III, IV, и V, да би се знало на коју групу стабала се односе.



Слика бр. 4

ТАБЕЛА VI

Вредности експонента *r* за свих пет група стабала

Редни број секције	Висине крајњих тачака криве облика секције у метрима	ГРУПА I	II	III	IV	V
1	0,00 и 0,10	75,36	56,15	58,95	77,90	58,30
2	0,10 и 0,20	35,99	31,45	33,03	39,62	34,00
3	0,20 и 0,30	21,14	20,08	21,09	24,02	22,17
4	0,30 и 0,40	14,02	14,00	1 ,63	16,12	15,66
5	0,40 и 0,50	9,76	10,32	10,81	11,54	11,67
6	0,50 и 0,60	7,40	7,83	8,17	8,67	8,96
7	0,60 и 0,70	5,66	6,01	6,41	6,75	7,18
8	0,70 и 0,80	4,42	5,11	5,32	5,40	5,70
9	0,80 и 9,00	3,70	4,01	4,34	4,41	4,78
10	0,90 и 1,00	2,97	3,57	3,63	3,67	4,09
11	1,00 и 1,10	2,42	2,91	3,06	3,10	3,50
12	1,10 и 1,20	2,23	2,49	2,63	2,65	2,90
13	1,20 и 1,30	1,86	2,20	2,27	2,29	2,54
14	1,30 и 1,40	1,67	1,88	2,03	2,04	2,30
15	1,40 и 1,50	1,41	1,68	1,75	1,76	2,06
16	1,50 и 1,60	1,26	1,52	1,54	1,56	1,70
17	1,60 и 1,70	1,11	1,32	1,38	1,39	1,60
18	1,70 и 1,80	1,00	1,19	1,21	1,25	1,43
19	1,80 и 1,90	0,88	1,09	1,11	1,13	1,30
20	1,90 и 2,00	0,81	0,96	1,00	1,02	1,18
21	2,00 и 2,10	0,74	0,90	0,92	0,93	1,08
22	2,10 и 2,20	0,67	0,83	0,86	0,88	0,99
23	2,20 и 2,30	0,61	0,76	0,77	0,78	0,91
24	2,30 и 2,40	0,56	0,70	0,71	0,72	0,84
25	2,40 и 2,50	0,52	0,63	0,64	0,65	0,76

Из података табеле VI и њихове графичке претставе на слици 4, може се извући низ закључака општијег карактера о овде испитиваним буковим стаблима до висине 2,50 метара.

У уводу је наглашено, да кад је $r > 2$, криве представљене једначином (1) конвексне су према апсцисној оси. Из података табале VI види се види се да је $r > 2$ одмах на почетку, тј. код прве секције и да остаје тако ($r > 2$) све до неке тачке на кривој стабла у којој r престаје да буде веће од 2. Из табеле VI се види да ова ова крајња или завршна тачка, у којој престаје однос $r > 2$, лежи на кривој стабла између 1,20 и 1,60 метара висине и да границе висина између којих се налази та тачка зависе од групе стабала која су у питању. Смањен интервал граница висина између којих се налази та завршна тачка, према појединим групама стабала, дат је у доњем табеларном прегледу.

Група стабала	Редни број секције на чијој се кривој налази завршна тачка	Висине између којих се налази завршна тачка, у метрима
I	13	Од 1,20 до 1,30
II	14	Од 1,30 до 1,40
III	15	Од 1,40 до 1,50
IV	15	Од 1,40 до 1,50
V	16	Од 1,50 до 1,60

Напоменимо, да се може наћи тачно одређена висина завршне тачке за сваку групу стабала, што овде није учињено, пошто то не утиче на закључак који ће се из овог разматрања извести.

Из овог разматрања излази да су криве стабла одмах на почетку, тј. на 0,00 метара висине стабла, конвексне према уздужној оси стабла и да остају конвексне све до неке тачке кривих која се налази у границама од 1,20 до 1,60 метара висине стабла, а чија тачнија одредба места у тим границама зависи од дебљине стабла, и то тако, да је висина завршне тачке конвексног дела криве стабла мања код тањих а већа код дебљих стабала.

Другим речима, дужина конвексног дела криве стабла расте кад дебљина стабла расте и обрнуто, она опада кад дебљина стабла опада.

Исто тако наглашено је у уводу, да кад је $r < 2$, криве претстављене једначином (1) конкавне су према апсцисној оси. Из података табеле VI види се да је $r < 2$ почевши од оног истог места табеле VI на коме се завршио однос $r > 2$ и да тај однос ($r < 2$) остаје све до краја табеле.

Одатле излази да су криве стабла конкавне према уздужној оси стабла почевши од оне тачке тих кривих у којој се конвексни део завршио и да остају тако конкавне све до краја испитиваног дела, тј. до 2,50 метара висине стабла.

Из начина на који се врши промена вредности експонента r, види се из табеле VI, да однос $r < 2$ не престаје на висини 2,50 метара, већ да ће тај однос остати и даље, преко те висине, што значи да се конкавни део кривих стабла простире и преко 2,50 метара висине. Међутим, како ми овде располажемо само за подацима до 2,50 метара, то нисмо у могућности да пратимо ток кривих преко те висине. Ово ћемо учинити у нашем следећем раду, када будемо имали податке о целом стаблу.

Ипак, из ових, иако непотпуних података о конкваном делу кривих стабала, види се да конкавни део кривих стабла почиње од оне тачке на кривим у којој се конвексни део завршио и да висина те тачке расте кад дебљина стабала расте и обрнуто висина те тачке опада кад дебљина стабла опада.

Ако у табеларном прегледу табеле VI пратимо промене вредности експента облика r почевши од прве, па редом кроз све остале секције, приметићемо да су те вредности највеће за прву секцију свих група стабала, а да опадају нагло за остале секције. Највеће вредности експонента облика r су код прве секције и крећу се у границама од 56,15 до 77,90, а најмање у последњој крећући се у границама од 0,52 до 0,76. Ако притом упоредимо вредности експонента облика r у разним групама стабала, али за исту по реду секцију, приметићемо да су разлике између тих вредности највеће за прву секцију, што показује да се стабла по облику највише разликују на свом првом, најнижем, делу. Истовремено ћемо приметити да се разлике између вредности експонента облика r нагло смањују, тј. вредности експонента облика r код свих група стабала све више се приближавају једна другој, тежећи да се изједначе и то у толико више, у колико се више удаљујемо од основе стабла.

Међутим, кад се узме у обзир, да вредност експонента r карактерише облик криве стабла, онда ова тежња да се изједначе, вредности експонента r показује, да облици разних кривих стабала теже да се изједначе, приближавајући се све више и више једном истом заједничком облику.

Исто ово може да се уочи на графикону слике 4. (Види стр. 259). Пет кривих линија, у овом графикону, графички претстављају промену облика кривих стабала код свих пет група стабала. На том графикону се види како се ове криве све више и више приближавају једна другој у тежњи да пређу у једну заједничку линију. Та заједничка линија, којој се приближавају линије облика кривих стабла, свих пет група стабала, претстављала би општи облик, од кога се облици појединих кривих стабла могу више или мање разликовати, али који им је свима најближи могући облик, коме сви теже.

Ако би даља испитивања у овој и другим шумама, а нарочито испитивања са подацима о целом стаблу, поткрепила горњи налаз о постојању општег облике кривих стабла, онда би то, поред осталога, добило важну примену при израчунавању запремине стабла, јер би се тада помоћу познате формуле за израчунавање запремине ротационих тела:

$$V = \pi \int_{x_0}^{x_1} y^2\, dx \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

добио образац, који би као општи служио за израчунавање запремине сваког стабла, које као ротационо тело постаје ротацијом ове опште криве стабла око његове уздужне осе. Тада би требало само у формули (5) променљиву величину y сменити њеном вредношћу из једначине опште криве стабла.

Нажалост, морамо овде приметити, да још није нађена једначина опште криве стабла, а она постоји, јер, као што се зна из аналитичке геометрије, свака крива, која има свој облик, мора имати и своју једначину као свог аналитичког претставника.

Додајмо овде још и то, да се, према вредностима експонента облика r, из података табеле VI, види да је облик криве стабла јако сложен, нарочито у њеним првим деловима, те се може наслућивати да ће једначине криве стабла бити нека знатно сложенија функција, него што је то случај са једначином (1).

Из података табеле VI могу се одредити границе висина између којих се појављује вредност експонента r, карактеристичне за облик т.зв. типичних ротационих тела (ваљак, параболоид, конус и најлоид).

У доле изложеном табеларном прегледу дате су ове границе само за пароболоид, конус и најлоид, пошто се карактеристична вредност за облик ваљка ($r = 0$) није појавила на овде испитиваном делу стабла до 2,50 метара висине.

Група стабала	Границе висина између којих се појављује карактеристични експонент облика r, у метрима, за ротациона тела		
	Параболоид $r = 1{,}00$	Конус $r = 2{,}00$	Најлоид $r = 3{,}00$
I	од 1,70 до 1,80	од 1,10 до 1,30	од 0,80 до 1,00
II	од 1,80 до 2,00	од 1,20 до 1,40	од 0,90 до 1,10
III	од 1,90 до 2,00	од 1,30 до 1,50	од 1,00 до 1,20
IV	од 1,90 до 2,10	од 1,30 до 1,50	од 1,00 до 1,20
V	од 2,00 до 2,20	од 1,40 до 1,60	од 1,00 до 1,20
За све групе	од 1,70 до 2,20	од 1,10 до 1,60	од 0,80 до 1.20

Према подацима табеле VI, а нарочито према графикону слике 4, види се, да су стабла мање дебљине, почевши од 0,40 метара висине стабла, по облику ближа ваљку него стабла веће дебљине, тј. тања стабла су пунодрвнија од дебљих стабала.

Закључак

На основу горњих разматрања, а ограничивши се, засад, само на делу стабла од 0,00 до 2,50 метара висине, могу се извући следећи закључци:

1) Криве стабла су конвексне према уздужној оси стабла, почевши од 0,00 метара висине па све до неке тачке на тим кривим, која се налази у границама висине од 1,20 до 1,60 метара, а која лежи тако, да је висина те тачке већа код дебљих, а мања код тањих стабала. Другим речима, дужина конвексног дела криве стабла расте код дебљина стабла расте, а опада кад дебљина стабла опада.

2) Криве стабла су конкавне према уздужној оси стабла, почевши од оне тачке на њима код које се завршио њихов конвексни део па остају тако конкавне све до краја испитиваног дела стабла. Висина тачке, којом почиње конкавни део кривих стабла, расте кад дебљина стабла расте, а опада кад дебљина стабла опада.

3) Највеће вредности експонента облика r су на почетку стабла, тј. код прве секције, код свих пет група стабала и те највеће вредности се крећу у границама од 56,15 до 77,90, а најмање вредности тога експонента су на крају испитиваног дела стабла, тј. код последње секције, и крећу се за свих пет група у границама од 0,52 до 0,76.

4) Криве стабла се између себе највише разликују по облику у свом првом, најнижем, делу, где су отступања од општег облика стабла највећа.

5) Постоји општи облик кривих стабла, од кога ће појединачни облици кривих стабла могу више или мање разликовати, али који им је свима најближи могући облик и коме они сви теже.

6) Тања стабла су, почевши од 0,40 метра висине стабла, по облику ближа облику ваљка него што су то стабла веће дебљине, тј. тања стабла су пунодрвнија од дебљих стабала.

7) Део стабла, који би се по облику подударао са обликом параболоида, купе или најлоида, је врло мали и налази се негде у границама висина:

За параболоид	од 1,70	до 2,20	метара
За купу	од 1,10	до 1,60	„
За најлоид	од 0,80	до 1,20	„

с тим, да висина ових малих подударних делова стабла расте кад дебљина стабла расте, а опада кад дебљина стабла опада, остајући при томе увек у горњим границама.

8) Облик кривих стабла је јако сложен, нарочито у њиховим првим деловима, те и једначина тих кривих мера бити нека знатно сложенија функција него што је то случај са једначином $y^2 = px^r$.

Тражење ове једначине кривих стабла, као и испитивање облика тих кривих узимајући у обзир цело стабло, биће предмет нашег следећег испитивања.