

## ПРИЛОГ ИЗУЧАВАЊУ ОБЛИКА БУКОВИХ СТАБАЛА

Милорад Радоњић

### У В О Д

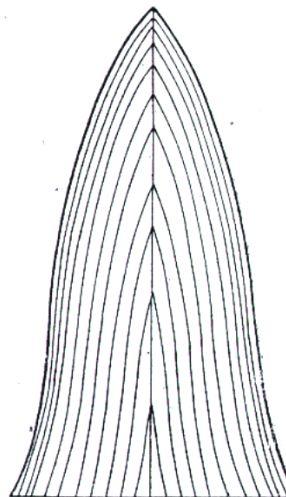
Стаблом се зове део дрвета који се налази под круном заједно са продужењем тога дела у самој круни до врха дрвета, у колико се то продужење није у грању изгубило.

Поједина стабла, израсла у нормално густим шумским са-стојинама имају вишемање праву уздужну осу, а сама стабла су у односу на ту осу вишемање симетрично грађена. Отуд су попречни пресеци једнога стабла вишемање округли, а сама стабла се могу сматрати углавном ротационим телима. Ово је нарочито јасно изражено код четинара.

Уздужни пресек једног таквог стабла, који пролази кроз његову уздужну осу, јесте симетрична слика ограничена са две криве линије, симетричне према оси стабла. Ове криве линије одређују об-лик стабла, те према томе и саму ње-гову запремину. Отуд је за изучавање облика стабла важно изучавање облика поменутих кривих линија, чијим се обр-тањем око осе стабла формира облик стабла. Отуд оне носе назив криве обли-ка стабла.

На слици 1 претстављен је уздужни пресек једнога таквог стабла. Да би се јаче истакао облик поменутих кривих, пречници су нанешени у већој размери него висина.

На истом уздужном пресеку (слика 2) постављен је правоугли координатни систем, тако, да се апцисна оса тога система поклапа са уздужном осом стабла и са његовом висином, а координатни почетак са врхом стабла.



Сл. бр. 1. Уздужни пресек стабла

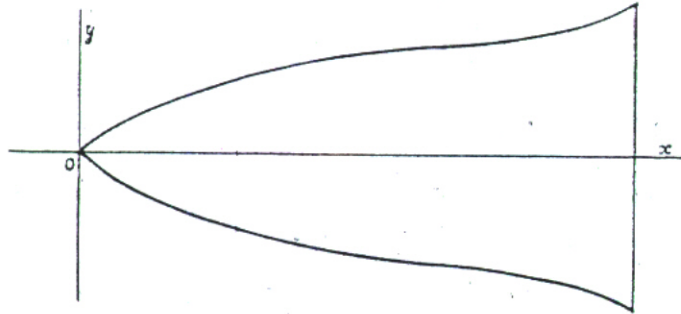
По својем облику криве стабла много личе на врсту кривих линија које су у математици познате под општим именом параболе. Све параболе су обухваћене једном општом једначином

$$y^m = ax^n$$

која, кад се упрости, добија облик

$$y^2 = px^r \dots \dots \dots (1)$$

као општа једначина свих парабол које пролазе кроз координатни почетак. У овој једначини налазе се две константе  $p$  и  $r$ . Константа  $p$  својом величином регулише брже или спорије удаљавање тачака криве од апсцисне осе, упоредо са рашћењем вредности апсцисе  $x$ .



Сл. 2. Уздужни пресек стабла

Много је важнија улога константе  $r$ , која својом вредношћу одређује врсту и облик криве линије.

Тако, ако је  $r > 2$ , крива је конвексна према апсцисној осе, ако је  $r < 2$ , крива је конкавна према апсцисној осе, а ако је  $r = 2$ , крива дегенерише у праву линију која такође пролази кроз координатни почетак.

Обртањем ових парабол око апсцисне осе, постају ротациона тела, т. зв. ротациони параболоиди, чија врста и облик зависе од врсте и облика параболе која се обртала.

Тако константа  $r$ , из једначине (1), не одређује само врсту и облик параболе, већ врсту и облик ротационог параболоида, који постаје обртањем параболе око апсцисне осе. Отуд и долази за константу  $r$  назив експонент облика.

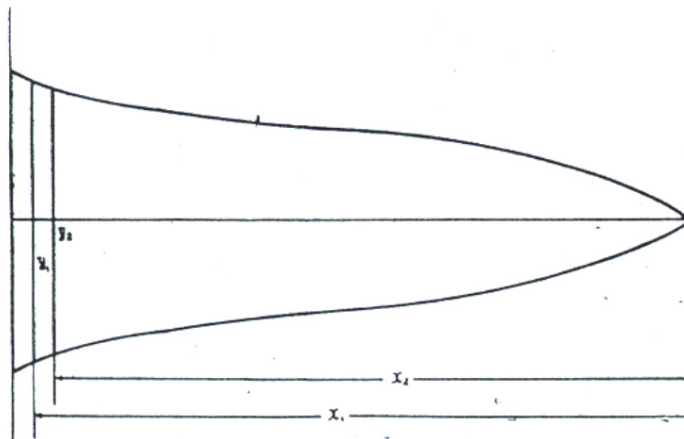
За ваљак знамо да постаје ротацијом око апсцисне осе праве линије, која је паралелна са том осом, а чија је, према томе, једначина  $y = a$  или  $y^2 = a^2 x^0$  или  $y^2 = px^0$ , тј. за ваљак је експонент облика  $r = 0$ .

Обичан или Аполониев параболоид постаје ротацијом око апсцисне осе обичне параболе, чија је једначина  $y^2 = 2ax$  или  $y^2 = px$ ; тј. за Аполонијев параболоид је експонент облика  $r = 1$ .

Прав конус постаје ротацијом око апсцисне осе праве линије која пролази кроз координатни почетак, а чија је једначина  $y = ax$  или  $y^2 = a^2 x^2$  или  $y^2 = px^2$ , тј. за прав конус је експонент облика  $r=2$ .

Најлоид постаје ротацијом око апсцисне осе најлове параболе, чија је једначина  $y^2 = px^3$ , тј. за најлоид је експонент облика  $r = 3$ .

Да нагласимо овде нарочито, да се облик ротационог параболоида одређује помоћу експонента  $r$  из једначине (1). Тако, ако имамо један параболоид (слика 3) непознатог облика, може се тај облик одредити одређивањем вредности експонента  $r$ , која одговара томе параболоиду према једначини (1).



Сл. 3. Одређивање облика ротационог параболоида

У том циљу, треба на непознатом параболоиду измерити ма која два пречника  $y_1$  и  $y_2$ , као и отстојања тих пречника од врха параболоида  $x_1$  и  $x_2$ . Тада се применом једначине (1), добијају једначине

$$\left(\frac{y_1}{2}\right)^2 = p x_1^r$$

$$\left(\frac{y_2}{2}\right)^2 = p x_2^r,$$

из којих деобом једне са другом добија се једначина

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^2 = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^r,$$

из које, после логаритмовања, налази се да је

$$r = \frac{2(\log y_1 - \log y_2)}{\log x_1 - \log x_2} \dots \dots \dots (2)$$



Ротациона тела и њима одговарајуће изводнице, чији се облици не подударају ни са једним од горе наведених облика ротационих параболоида, али чији облици чине прелаз између њих, имају експоненте облика који по вредности чине прелаз између вредности одговарајућих горе наведених експонената.

Тако, на пример, кубни параболоид, који по облику представља прелаз између облика ваљака и Аполонијевог параболоида, постаје ротацијом око апсцисне осе кубне параболе, чија је једначина

$y^3 = ax$  или  $y^2 = rx^{\frac{2}{3}}$ , тј. експонент облика кубног параболоида

јесте  $r = \frac{2}{3} = 0,67$ , а ова вредност чини прелаз између експонента облика ваљка ( $r = 0$ ) и експонента облика Аполонијевог параболоида ( $r = 1$ ).

Али, док облици кривих ротационих параболоида задржавају стално свој карактер, те имају увек исту вредност експонента облика  $r$ , облици кривих стабала мењају свој карактер по целој дужини стабла.

Тако су при доњем делу стабла криве облика сличне најловој параболу, а у горњим деловима стабла сличне су кубној параболу, обичној параболу или се приближавају правој линији. Отуд излази, да се облик целе криве стабла не може одредити само са једном једином вредношћу експонента облика  $r$ .

Експонент облика  $r$  би могао доћи у обзир само у случају да се његова вредност рачуна одвојено за поједине делове стабла, пошто су облици појединих делова стабла или слични облицима горе изведених ротационих параболоида или ако нису доста довољно слични на једном од њих, они се више или мање приближавају облицима неких других ротационих тела, која чине прелаз између појединих горе наведених ротационих параболоида. Та сличност је у толико већа, у колико су поједини делови стабла краћи.

У циљу осветљавања горе наведених промена вредности експонента облика  $r$ , ставио сам себи у задатак, да испитам те промене код букових стабала.

Чињеница, да вредност експонента облика  $r$  код криве стабла нема једну сталну вредност, већ да се та вредност мења дуж целога стабла, дала ми је могућност да се, засад, ограничим при испитивању само на једном делу стабла и то на делу од 0,00 до 2,50 метара висине стабла, пошто ће даља испитивања, која су још у току, моћи да се повежу са овим, без штете по тачност и објективност закључака.

При овој испитивању је усвојени део стабла за испитивање, тј. део стабла од 0,00 до 2,50 метара, паралелним попречним пресецима подељен на мање делове — секције — тако да се тај део стабла јавља као збир од тих мањих, кратких ротационих тела — секција — која наслагана једно на друго сва скупа обра-

зују тај испитивани део стабла. При томе отстојање између попречних пресека, којима је испитивани део стабла подељен на секције, износило је 10 сантиметара, тако да је укупно тих мањих делова било 25.

Како се може узети, да су облици ових секција или слични облицима ротационих параболоида или да се приближавају облицима ротационих тела, која чине прелаз између појединих ротационих параболоида, то се за одређивање експонента облика  $r$ , који би одговарао облику сваке од ових секција, могао употребити образац (2) за израчунавање вредности експонента облика  $r$  код ротационих параболоида.

### Основни материјал

Као основни материјал за ово испитивање послужили су подаци добијени мерењем на буковим стаблима на огледном и школском добру Земјоделско-шумарског факултета у Скопљу, које се налази једно 25 километара северно од Охридског Језера у југо-западном делу Народне Републике Македоније.

Мерења су вршена на стаблима у дубећем, на сталној примерној површини број 2, а изведена су на следећи начин:

На 50 стабала у дубећем, почевши од 0,00 до 2,50 метара висине стабла, мерени су пречници стабла на отстојању 10 сантиметара од једног попречног пресека до другог. Притом је сваки пречник добијан као аритметичка средина мерења у два један на другом нормална, правца и то правац север-југ и исток-запад, са тачношћу до милиметра. Мерења стабла су, према пречнику на 1,30 метара, распоређена у пет група од по 10 стабала у свакој групи, а по доле изложеном табеларном прегледу.

Група	Пречници стабала на 1,30 метара
I	Од 19,0 см до 22,5 см
II	Од 24,5 см до 28,5 см
III	Од 29,5 см до 31,8 см
IV	Од 33,0 см до 35,5 см
V	Од 37,5 см до 43,0 см

Ради прегледности, сви добијени подаци о пречницима за свако поједино стабло, сложени су редом према припадајућим групама у табеле I, II, III, IV и V.

На челу сваке од ових пет табела налазе се редни бројеви сваког од појединих стабала, тј. бројеви којима су стабла обележена на примерној површини са које су мерена. У колонама испод редних бројева налазе се вредности пречника онако како



## ТАБЕЛА I

Израчунавање средњих пречника стабала I групе  
(дебљина од 19,0 до 22,5 см.)

Висина пречника у метрима	Пречници у см. стабала са редним бројевима										Средњи пречник у см.
	42	48	29	30	39	5	24	4	26	44	
0,00	28,6	34,0	30,8	34,2	31,4	36,6	27,5	33,9	33,7	37,8	32,55
0,10	24,0	25,2	26,6	27,2	27,1	27,5	24,1	29,4	29,0	30,1	27,02
0,20	21,0	23,7	23,6	25,1	25,0	25,1	23,3	26,2	27,0	27,1	24,71
0,30	20,8	22,6	22,4	24,1	23,6	23,7	22,0	25,0	25,2	25,0	23,44
0,40	20,3	21,9	21,9	22,0	22,5	23,4	21,6	24,1	24,2	24,4	22,63
0,50	20,0	21,5	21,5	21,2	21,7	23,3	21,3	23,3	23,6	23,4	22,08
0,60	19,8	21,0	20,9	20,9	21,1	22,7	21,0	22,9	23,2	23,2	21,67
0,70	19,7	20,6	20,5	20,6	20,7	22,2	20,8	22,7	22,8	23,0	11,36
0,80	19,5	20,4	20,2	20,4	20,9	21,9	20,7	22,0	22,7	22,9	21,12
0,90	19,4	20,2	20,0	20,3	20,4	21,3	20,7	21,5	22,6	22,8	20,92
1,00	19,3	19,8	19,8	20,0	20,3	21,1	20,6	21,3	22,6	22,8	20,76
1,10	19,1	19,6	19,8	20,0	20,2	20,7	20,6	21,2	22,5	22,6	20,63
1,20	19,0	19,2	19,8	20,0	20,1	20,5	20,6	21,1	22,3	22,5	20,51
1,30	19,0	19,1	19,7	19,8	19,9	20,4	20,5	21,0	22,2	22,5	20,41
1,40	18,9	18,9	19,6	19,8	19,8	20,4	20,5	20,9	22,1	22,3	20,32
1,50	18,8	18,8	19,6	19,8	19,7	20,3	20,4	20,9	22,0	22,2	20,25
1,60	18,7	18,7	19,6	19,7	19,6	20,3	20,4	20,9	21,8	22,1	20,18
1,70	18,6	18,5	19,5	19,7	19,6	20,3	20,4	20,8	21,7	22,1	20,12
1,80	18,6	18,5	19,4	19,6	19,7	20,2	20,3	20,8	21,6	22,0	20,06
1,90	18,6	18,4	19,4	19,5	19,7	20,0	20,3	20,7	21,5	22,0	20,01
2,00	18,6	18,4	19,3	19,4	19,7	19,9	20,3	20,7	21,4	22,0	19,97
2,10	18,5	18,3	19,3	19,4	19,7	19,9	20,3	20,6	21,3	22,0	19,93
2,20	18,5	18,3	19,3	19,3	19,7	19,9	20,3	20,5	21,2	21,9	19,89
2,30	18,5	18,3	19,2	19,3	19,7	19,8	20,3	20,4	21,2	21,9	19,86
2,40	18,5	18,3	19,1	19,2	19,7	19,8	20,3	20,4	21,2	21,8	19,83
2,50	18,4	18,3	19,1	19,2	19,7	19,7	20,3	20,4	21,1	21,8	19,80

## ТАБЕЛА II

Израчунавање средњих пречника стабала II групе  
(дебљ ина од 24,5 до 28,5 см.)

Висина пречника у метрима	Пречници у см. стабала са редним бројевима										Средњи пречник у см.
	62	41	33	43	11	18	10	14	21	28	
0,00	33,0	40,2	35,5	40,0	40,4	37,6	38,3	38,8	41,3	35,5	38,06
0,10	33,0	35,5	32,2	33,9	34,7	33,2	33,6	33,8	36,4	32,6	33,59
0,20	28,3	30,3	30,2	32,2	32,4	31,4	31,3	31,2	34,3	31,5	31,31
0,30	27,2	28,0	28,2	39,5	30,3	30,2	30,3	30,8	33,9	30,9	29,93
0,40	26,7	27,3	27,5	28,2	28,7	29,4	29,6	30,0	31,9	30,7	29,00
0,50	26,0	26,4	26,9	27,4	27,9	28,8	29,5	29,6	30,3	30,5	28,33
0,60	25,4	25,7	26,4	26,9	27,4	28,3	28,9	29,3	29,8	30,2	27,83
0,70	25,2	25,3	26,2	26,7	27,0	27,7	28,3	28,9	29,5	29,7	27,45
0,80	25,0	25,1	26,0	26,2	26,4	27,4	28,0	28,3	29,4	29,5	27,13
0,90	24,8	25,0	25,9	25,8	25,9	27,0	27,8	27,9	29,3	29,4	26,88
1,00	24,7	24,9	25,8	25,5	25,6	26,7	27,6	27,4	29,2	29,2	26,66
1,10	24,6	24,7	25,8	25,4	25,6	26,6	26,9	27,4	28,9	28,9	26,48
1,20	24,6	24,6	25,3	25,3	25,4	26,5	26,9	27,4	28,5	28,8	26,33
1,30	24,5	24,5	25,1	25,2	25,3	26,5	26,7	27,4	28,2	28,5	26,19
1,40	24,3	24,5	25,0	25,1	25,2	26,5	26,6	27,3	27,9	28,4	26,08
1,50	24,1	24,2	25,0	25,1	25,2	26,5	26,2	27,2	27,8	28,4	25,97
1,60	24,0	24,1	24,9	25,1	25,1	26,5	26,0	27,1	27,6	28,4	25,88
1,70	23,9	24,0	24,9	25,1	24,9	26,5	25,9	26,9	27,5	28,4	25,80
1,80	23,8	23,9	24,8	25,1	24,8	26,4	25,9	26,8	27,4	28,3	25,72
1,90	23,7	23,8	24,7	25,1	24,8	26,3	25,8	26,7	27,3	28,3	25,65
2,00	23,7	23,8	24,7	25,1	25,7	24,3	25,8	26,4	27,3	28,1	25,59
2,10	23,6	23,7	24,7	25,0	24,7	26,2	25,8	26,3	27,3	28,1	25,54
2,20	23,6	23,7	24,7	25,0	24,6	26,1	25,7	26,2	27,3	28,0	25,49
2,30	23,5	23,6	24,7	25,0	24,6	26,1	25,6	26,1	27,2	28,0	25,44
2,40	23,4	23,5	24,7	25,0	24,5	26,0	25,5	26,1	27,2	28,0	25,39
2,50	23,4	23,5	24,7	24,9	24,5	25,9	25,5	26,0	27,2	28,0	25,36

## ТАБЕЛА Ш

Израчунавање средњих пречника стабала III групе  
(дебљина од 29,5 до 31,8 см.)

Висина пречника у метрима	Пречници у см. стабала са редним бројевима										Средњи пречник у см.
	25	60	35	32	59	22	34	51	47	57	
0,00	42,2	44,3	43,2	46,4	45,8	38,6	44,7	47,2	47,6	46,7	44,67
0,10	37,0	33,4	37,2	41,1	40,2	35,6	39,2	41,3	42,4	42,2	39,46
0,20	34,4	35,3	33,8	38,3	37,8	34,9	36,4	37,6	39,3	40,2	36,80
0,30	33,4	33,7	32,3	37,3	35,5	33,3	35,4	36,3	37,1	37,6	35,19
0,40	33,2	32,1	31,9	35,5	34,2	33,2	34,9	35,1	35,4	36,6	34,11
0,50	31,4	32,0	31,2	34,3	33,3	33,0	34,5	34,3	34,2	35,1	33,33
0,60	30,8	31,2	30,9	33,4	32,9	32,7	33,6	33,8	33,7	34,5	32,75
0,70	30,5	30,7	30,5	32,8	32,4	32,6	33,0	33,2	33,3	34,0	32,30
0,80	30,3	30,4	30,4	32,3	32,0	32,3	32,5	33,0	32,8	33,3	31,93
0,90	30,1	30,2	30,4	31,9	31,8	32,0	32,1	32,9	32,3	32,6	31,63
1,00	29,9	30,0	30,4	31,4	31,6	31,6	31,9	32,7	32,0	32,3	31,38
1,10	29,7	29,8	30,4	31,2	31,2	31,4	31,6	32,3	31,9	32,2	31,17
1,20	29,6	29,6	30,4	30,8	30,9	31,2	31,3	32,1	31,8	32,2	30,99
1,30	29,5	29,6	30,4	30,7	30,8	31,0	31,2	31,7	31,7	31,8	30,84
1,40	29,3	29,5	30,4	30,6	30,7	30,7	30,9	31,4	31,7	31,8	30,70
1,50	29,0	29,3	30,4	30,6	30,7	30,5	30,7	31,1	31,7	31,8	30,58
1,60	28,9	29,1	30,4	30,4	30,5	30,5	30,3	31,1	31,7	31,8	30,47
1,70	28,9	29,0	30,3	30,2	30,4	30,5	30,0	31,1	31,6	31,7	30,37
1,80	28,7	28,8	30,3	30,1	30,4	30,3	30,0	31,0	31,6	31,7	30,29
1,90	28,6	28,7	30,3	30,0	30,4	30,2	29,9	30,8	31,5	31,7	30,21
2,00	28,5	28,6	30,3	29,9	30,4	30,0	29,8	30,7	31,4	31,7	30,13
2,10	28,5	28,5	30,3	29,8	30,3	29,9	29,7	30,7	31,3	31,7	30,07
2,20	28,5	28,5	30,1	29,8	30,3	29,9	29,6	30,7	31,1	31,6	30,01
2,30	28,3	28,5	29,9	29,8	30,2	29,9	29,6	30,7	31,0	31,6	29,95
2,40	28,3	28,4	29,8	29,8	30,2	29,9	29,5	30,7	30,9	31,5	29,90
2,60	28,3	28,4	29,7	29,7	30,1	29,9	29,5	30,7	30,9	31,4	29,86



## Т А Б Е Л А I V

Израчунавање средњих пречника стабала IV групе  
(дебљина од 33,0 до 35,5 см.)

Висина пречника у метрима	Пречници у см. стабала са редним бројевима										Средњи пречник у см.
	54	36	3	2	15	68	20	56	6	31	
0,00	54,8	50,2	48,8	47,5	54,8	49,8	50,4	50,8	52,6	54,0	51,37
0,10	46,5	42,7	43,0	42,2	46,4	40,4	43,2	43,5	46,7	46,5	44,11
0,20	43,2	37,4	40,5	40,1	43,1	36,5	39,9	39,9	44,3	42,9	40,78
0,30	39,7	32,6	39,2	37,6	40,3	36,2	38,7	38,6	41,6	40,8	38,89
0,40	37,8	35,6	38,0	36,6	38,4	35,0	37,8	37,5	40,7	39,3	37,67
0,50	35,9	35,2	37,0	35,8	37,0	35,8	37,2	36,9	39,2	38,2	36,82
0,60	35,2	34,8	36,2	35,1	36,2	35,2	36,5	36,4	38,5	37,7	36,18
0,70	34,4	34,7	35,6	34,6	35,7	34,8	36,0	35,7	38,0	37,4	35,69
0,80	33,8	34,6	35,1	34,1	35,2	34,7	35,7	35,4	37,3	37,2	35,31
0,90	33,4	34,5	34,7	33,7	34,8	34,6	35,5	35,2	36,6	37,0	35,00
1,00	33,2	34,2	34,3	33,6	34,6	34,3	35,2	34,9	36,4	36,7	34,74
1,10	33,1	34,0	34,1	33,6	34,5	34,3	34,8	34,9	35,9	36,0	34,52
1,20	33,1	33,7	33,9	33,6	34,5	34,3	34,6	34,8	35,3	35,5	34,33
1,30	33,0	33,4	33,5	34,0	34,1	34,2	34,4	34,5	35,1	35,5	34,17
1,40	32,9	33,2	33,4	33,8	34,0	34,0	34,3	34,4	35,0	35,3	34,03
1,50	32,8	33,1	33,3	33,6	33,9	33,9	34,1	34,3	34,9	35,2	33,91
1,60	32,8	33,0	33,2	33,4	33,8	33,9	34,0	34,2	34,7	35,0	33,80
1,70	32,7	32,8	33,8	33,3	33,7	33,8	33,9	34,1	34,6	34,9	33,70
1,80	32,6	32,7	33,1	33,2	33,6	33,8	33,8	34,1	34,5	34,8	33,62
1,90	32,6	32,6	33,0	33,0	33,5	33,7	33,8	34,0	34,4	34,8	33,54
2,00	32,5	32,6	32,9	33,0	33,5	33,6	33,7	33,9	34,3	34,6	33,46
2,10	32,4	32,5	32,8	33,0	33,4	33,6	33,7	33,9	34,2	34,5	33,40
2,20	32,3	32,4	32,7	32,9	33,4	33,6	33,7	33,9	34,1	34,3	33,34
2,30	32,3	32,4	32,6	32,8	33,3	33,6	33,7	33,9	34,0	34,2	33,28
2,40	32,2	32,3	32,5	32,7	33,3	33,6	33,7	33,9	34,0	34,1	33,23
2,50	32,2	32,3	32,4	32,7	33,2	33,5	33,7	33,9	33,9	34,0	33,19