cas général. On montre par le même raisonnement que M. Köthe, que la condition donnée ci-dessus est nécessaire et suffisante pour que, dans E′, toute suite faiblement convergente soit fortement convergente. Le théorème est alors conséquence du résultat général suivant :

THÉORÈME 2. — *Soit* E *un espace* ($\mathcal{F}$) *de type dénombrable; pour que* E *soit un espace* ($\mathcal{M}$), *il faut et il suffit que, dans le dual* E′, *toute suite faiblement convergente soit fortement convergente.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un cas de réductibilité d'équations différentielles linéaires.* Note (*) de M. **Dragoslav S. Mitrinovitch**, présentée par M. Henri Villat.

1. Considérons simultanément une équation d'ordre n de la forme

$$(1)\qquad \varphi_0(x)\,y^{(n)}+\varphi_1(x)\,y^{(n-1)}+\ldots+\varphi_{n-1}(x)\,y'+\varphi_n(x)\,y=0,$$

et un système d'équations linéaires de la forme

$$(2)\qquad f_{k1}y'_{k-1}+f_{k2}\,y_{k-1}=y_k,\; f_{n1}\,y'_{n-1}+f_{n2}y_{n-1}=0\qquad (y_0=y;\; k=1,\,2,\,\ldots,\,n-1),$$

où les coefficients $f_{\lambda\mu}$ ($f_{\lambda 1}\neq 0$), avec $\lambda=1,\,2,\,\ldots,\,n$; $\mu=1,\,2$, sont des fonctions de x, continues et dérivables.

Si l'on peut faire correspondre à une équation (1), étant d'un type assigné par avance, un système quelconque (2), se ramenant à l'équation donnée (1) par élimination des $y_1,\,y_2,\,\ldots,\,y_{n-1}$ entre les relations (2), on obtiendra un cas de *réductibilité* [1] de (1). Le système (2) met en évidence le fait que la réductibilité définie de (1) entraîne l'intégrabilité par quadratures de la même équation (1).

En choisissant convenablement les fonctions $f_{\lambda\mu}$ dont on dispose arbitrairement, on peut former, d'une manière systématique, des critères d'intégrabilité d'équations (1) d'un type donné [2].

2. Si l'on applique les faits indiqués à l'équation

$$(3)\qquad y''+(ax+b)y'+(Ax^2+Bx+C)y=0\qquad (a,\ b,\ A,\ B,\ C \text{ constantes arbitraires})$$

on fournit, entre d'autres, les résultats suivants :

L'équation (3) *est réductible si*

I. *Les coefficients* B *et* C *prennent l'un des quatre groupes des expressions*

(*) Séance du 13 mars 1950.

(1) Sur la notion générale de réductibilité, *cf.* P. Painlevé, *Leçons de Stockholm*, Paris, 1897, p. 487.

(2) Cette remarque rentre dans le cadre des idées très générales, créées par J. Drach et E. Vessiot et connues sous le nom d'*Intégration logique* des équations différentielles.

suivantes :

1°	$B = -aq - bp - 2pq,$	$C = a + p - q(b+q);$
2°	$B = (a+p)(b+q) + pq,$	$C = a + p - q(b+q);$
3°	$B = (a+p)(b+q) + pq,$	$C = -p - q(b+q);$
4°	$B = -aq - bp - 2pq,$	$C = -p - q(b+q);$

dans tous ces quatre cas A *admettant la forme* $A = -p(a+p)$, *avec* a, b, p, q *constantes arbitraires.*

II. *Le coefficient* C *admet l'une des deux formes suivantes :*

1° $$C = \frac{1}{4}(b^2 - a^2k^2) - k^2p(a+p) + (2a + 3p),$$

2° $$C = \frac{1}{4}(b^2 - a^2k^2) - k^2p(a+p) - (a + 3p)$$

dans les deux cas A *et* B *étant*

$$A = -p(a+p), \qquad B = 2kp(a+p) + \frac{1}{2}a(ak+b),$$

où a, b, k, p *sont des paramètres arbitraires*

A titre d'exemple, signalons que le système (2), correspondant au cas II, 1°, est

$$(x-k)y' + \left[(a+p)x^2 + \frac{1}{2}(b - 3ak - 4kp)x + \frac{1}{2}(ak^2 + 2k^2p - bk - 2)\right]y = y_1,$$

$$y'_1 + \left[-px + \frac{1}{2}(b + ak + 2kp)\right]y_1 = 0.$$

Le résultat sous II se généralise en partant du système

$$f(x)y' + g(x)y = y_1, \qquad y'_1 + h(x)y_1 = 0,$$

avec (s = nombre naturel)

$$(4) \qquad f(x) \equiv \prod_{\nu=1}^{s}(x - k_\nu), \qquad g(x) \equiv \sum_{\nu=1}^{s+2}\lambda_\nu x^{s+2-\nu}, \qquad h(x) \equiv \mu_1 x + \mu_2$$

et en soumettant les paramètres s, k_ν, λ_ν, μ_ν à satisfaire aux conditions (R) que nous ne reproduisons pas ici, avec lesquelles les polynômes $f' + g + fh$ et $g' + gh$ deviennent divisibles (sans reste) par le polynôme f. Ces conditions (R) étant vérifiées, on obtient un très général critérium d'intégrabilité de (3).

En considérant dans (2) des expressions de structure plus générale $A_0(x)y^{(\nu)} + A_1(x)y^{(\nu-1)} + \ldots + A_\nu(x)y$ au lieu de $a_0(x)y' + a_1(x)y$, on obtient de nombreux résultats, d'une nature générale.

3. Dans une étude à paraître sous peu, nous développerons la remarque énoncée par laquelle nous avons réussi à retrouver, comme des cas particuliers,

de nombreux résultats antérieurement connus, en montrant à la fois la raison précise de cas d'intégrabilité isolés (des cas de Kamke, de Görtler, de Conte, de Forsyth et d'autres) qui dérivent, en fait, d'une source simple commune.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Extension à l'espace à cinq dimensions de la correspondance involutive de Reye.* Note de M^lle **Paulette Mathieu**, présentée par M. Élie Cartan.

La courbe canonique de genre six à modules généraux est, dans S_5, la base d'un système linéaire à cinq dimensions d'hyperquadriques $|Q|$, qu'on rapporte projectivement aux hyperplans d'un espace projectif S'_5. Les hyperquadriques Q qui passent par un point donné M_1 se recoupent en un point M_2 et sont représentées dans S'_5 par une gerbe de sommet M'. Elles définissent dans S_5 une transformation $M_1 \rightarrow M_2$ birationnelle involutive I et entre S_5 et S'_5 une transformation $M_1 \rightarrow M'$ rationnelle (1, 2) R.

C est l'intersection d'une Q générique avec une surface F^5 à sections elliptiques, base d'un sous-système à quatre dimensions $|Q_0|$ de $|Q|$ représenté dans S'_5 par un point O'. F^5 appartient à cinq W^3_3 de Segre dont les plans σ sont quadrisécants à C : elles sont représentées dans S'_5 par cinq plans W' issus de O' et formant la figure corrélative d'un quintuple de plans de S_4 associés au sens de Segre-Stéphanos. R transforme le cône projetant F^5 d'un de ses points en un S'_3 sécant aux cinq W'. Le faisceau des coniques γ d'un plan σ passant par les traces de C sur σ est représenté dans W' par les points d'une droite issue de O'.

Les espaces Σ_3 qui coupent une des W^3_3 suivant une quadrique sont sextisécants à C : ils sont globalement invariants dans I, et dans chacun d'eux les six points de C forment avec $M_1 M_2$ un groupe de Lamé, de sorte que la trace de I sur tout Σ_3 est une involution de Reye. R transforme le réseau des Σ_3 associés à W^3_3 en le réseau des Σ'_3 passant par le plan W'.

Les cordes de F^5 forment une congruence linéaire conservée dans I : sur une corde, I se réduit à une involution de Desargues définie par le couple des points d'appui sur F^5 et celui des traces d'une Q quelconque n'appartenant pas à $|Q_0|$. R transforme les cordes de F^5 en les droites issues de O'.

Dans un plan tangent à F^5, I se réduit à une homologie harmonique ayant pour pôle le point de contact et pour axe sa polaire par rapport à Q. Le lieu des plans tangents à F^5 est une V^8_4 sur laquelle F^5 est quadruple et les W^3_3 doubles. R transforme le plan tangent en M en un cône du second ordre de sommet O' situé dans S'_3 (M). V^8_4 est ainsi transformée en un cône V'^4_4 de sommet O', enveloppe des S'_3, dual d'une V^3_3 de Segre à dix points doubles. Les plans doubles de V'^4_4 correspondant aux autres quintuples de la configuration, sont transformés dans R des droites de F^5 qui sont sextuples sur V^8_4.