Математички Билтен
Книга 9-10 (XXXV-XXXVI)
1985-1986 (39-47)
Скопје, Југославија

ТРАНСЦЕНДЕНТНИ РАВЕНКИ ДОБИЕНИ ПРИ ЕДЕН STURM-LIOUVILLE-ОВ ПРОБЛЕМ ОД VI РЕД

С. Георгиевска и Е. Атанасова

Предмет на разгледување на оваа работа е проблемот на сопствени вредности на равенката

$$y^{VI} + (2+\lambda)y^{IV} + (1+\lambda)y^{II} = 0 \tag{1}$$

при услови на Sturm

$$y^{(p_i)}(a) = y^{(q_i)}(b) = 0 \quad \text{за} \quad i=1,2,3, \tag{2}$$

при $p_i \neq p_j$ и $q_i \neq q_j$ за $i\neq j$; $p_1 < p_2 < p_3$ и $q_1 < q_2 < q_3$; $p_i=0,1,\dots,5$ за $i=1,2,3$.

1. Определување на сопствените вредности и сопствените функции

1.1. Користејќи се со т.н. $\Delta(\lambda)$-постапка [1] ќе ги определиме сопствените вредности на проблемот (1)-(2), т.е. ќе ги определиме оние вредности за параметарот λ за кои проблемот има нетривијално решение.

Општото решение на равенката (1) за $1+\lambda=k^2$ е од облик

$$y = C_1+C_2x+C_3\cos x + C_4\sin x + C_5\cos kx + C_6\sin kx$$

каде што C_i $(i=1,2,\dots,6)$ се произволни константи на интеграција.

Користејќи ги равенките (2) се добива

$$\begin{aligned} &C_1(1)^{(i)} + C_2(\alpha)^{(i)} + C_3\cos(\alpha + i\tfrac{\pi}{2}) + C_4\sin(\alpha + i\tfrac{\pi}{2}) + \\ &+ \lambda^i C_5\cos(k\alpha + i\tfrac{\pi}{2}) + \lambda^i C_6\sin(\alpha k + i\tfrac{\pi}{2}) = 0, \end{aligned} \tag{3}$$

каде што

$$(1)^{(i)} = \begin{cases} 1, & i=0 \\ 0, & i\geq 1 \end{cases}; \quad (\alpha)^{(i)} = \begin{cases} \alpha, & i=0 \\ 1, & i=1; \\ 0, & i\geq 2 \end{cases} \quad (\alpha\neq 1) \tag{4}$$

За $i=p_1,p_2,p_3$, $\alpha=a$, а за $i=q_1,q_2,q_3$, $\alpha=b$, добиваме линеарен хомоген систем од шест равенки по C_i $(i=1,2,\dots,6)$; тоа ни овозможува, во колку системот има и други решенија за C_i покрај тривијалното, $C_i=0$ $(i=1,2,\dots,6)$, да ги определиме од условот: соодветната карактеристична детерминанта да е нула.

Оваа детерминанта од VI ред го има видот

$$\begin{vmatrix} (1)^{(p_1)} & (a)^{(p_1)} & A_1 & B_1 & k^{p_1}A_4 & k^{p_1}B_4 \\ 0 & (a)^{(p_2)} & A_2 & B_2 & k^{p_2}A_5 & k^{p_2}B_5 \\ 0 & (a)^{(p_3)} & A_3 & B_3 & k^{p_3}A_6 & k^{p_3}B_6 \\ (1)^{(q_1)} & (b)^{(q_1)} & D_1 & E_1 & k^{q_1}D_4 & k^{q_1}E_4 \\ 0 & (b)^{(q_2)} & D_2 & E_2 & k^{q_2}D_5 & k^{q_2}E_5 \\ 0 & (b)^{(q_3)} & D_3 & E_3 & k^{q_3}D_6 & k^{q_3}E_6 \end{vmatrix} = 0 \qquad (5)$$

каде што

$$\begin{aligned} A_i &= \cos(a+p_i \tfrac{\pi}{2}) & B_i &= \sin(a+p_i \tfrac{\pi}{2}) \\ D_i &= \cos(b+q_i \tfrac{\pi}{2}) & E_i &= \sin(b+q_i \tfrac{\pi}{2}) \\ A_{i+3} &= \cos(ka+p_i \tfrac{\pi}{2}) & B_{i+3} &= \sin(ka+p_i \tfrac{\pi}{2}) \\ D_{i+3} &= \cos(kb+q_i \tfrac{\pi}{2}) & E_{i+3} &= \sin(kb+q_i \tfrac{\pi}{2}) \end{aligned} \qquad (\text{за } i=1,2,3).$$

Равенката (1) се добива при осцилации на кружен лак радијално напрегнат во својата рамнина [2], [3] и при посебни услови се сретнува при решавање на некои проблеми во градежништвото.

Проблемот нема да изгуби од својата општост ако земеме $a=0$ и $b=\ell$.

Со последователно пресметување на детерминантата (5), користејќи го условот (4), за карактеристична равенка се добива равенката

$$\begin{aligned} &(1)^{(p_1)}\left[(\ell)^{(q_1)}P_1(k)-(\ell)^{(q_2)}P_2(k)+(0)^{(p_2)}P_3(k)\right] + \\ &+ (1)^{(q_1)}\left[(\ell)^{(q_2)}P_4(k)-(0)^{(p_1)}P_1(k)+(0)^{(p_2)}P_5(k)\right] = 0 \end{aligned} \qquad (6)$$

каде што $P_i(k)$ $(i=1,2,\dots,5)$ се трансцендентни функции од к и соодветно

$$\begin{aligned} P_1(k) = {} & (k^{p_2+p_3}+k^{q_2+q_3})G_2H_2-k^{p_2}(k^{q_2}T_9S_5-k^{q_3}T_6S_8) + \\ & + k^{p_3}(k^{q_2}T_8S_6-k^{q_3}T_5S_9) \end{aligned}$$

$$P_2(k) = (k^{p_2+p_3}+k^{q_1+q_3})G_2H_3-k^{p_2}(k^{q_1}T_9S_2-k^{q_3}T_3S_8) +$$
$$+ k^{p_3}(k^{q_1}T_8S_3-k^{q_3}T_2S_9)$$
$$P_3(k) = H_1(k^{q_1+q_2}T_9+k^{p_3+q_3}S_9)+H_2(k^{q_2+q_3}T_3+k^{p_3+q_1}S_3) -$$
$$- H_3(k^{q_1+q_3}T_6+k^{p_3+p_2}S_6)$$
$$P_4(k) = G_1(k^{p_1+p_2}T_9+k^{p_3+q_3}S_9)+G_2(k^{p_2+p_3}T_7+k^{p_1+q_3}S_7) -$$
$$- G_3(k^{p_1+p_3}T_8+k^{p_2+q_3}S_8)$$
$$P_5(k) = G_3H_2(k^{p_1+p_3}+k^{q_2+q_3})-k^{q_2}(k^{p_1}T_9S_4-k^{p_3}T_7S_6) +$$
$$+ k^{q_3}(k^{p_1}T_6S_7-k^{p_3}T_4S_9)$$

при што

1^O $G_1 = \sin(p_2-p_1)\frac{\pi}{2}$ $\quad H_1 = \sin(q_2-q_1)\frac{\pi}{2}$

$G_2 = \sin(p_3-p_2)\frac{\pi}{2}$ $\quad H_2 = \sin(q_3-q_2)\frac{\pi}{2}$

$G_3 = \sin(p_3-p_1)\frac{\pi}{2}$ $\quad H_3 = \sin(q_3-q_1)\frac{\pi}{2}$

2^O $T_i = \sin\left[\ell+(q_1-p_i)\frac{\pi}{2}\right]$ $\quad S_i = \sin\left[k\ell+(q_1-p_i)\frac{\pi}{2}\right]$

$T_{i+3} = \sin\left[\ell+(q_2-p_i)\frac{\pi}{2}\right]$ $\quad S_{i+3} = \sin\left[k\ell+(q_2-p_i)\frac{\pi}{2}\right]$

$T_{i+6} = \sin\left[\ell+(q_3-p_i)\frac{\pi}{2}\right]$ $\quad S_{i+6} = \sin\left[k\ell+(q_3-p_i)\frac{\pi}{2}\right]$

За корените на равенката (6) не може да се каже нешто поконкретно бидејќи тие зависат како од p_i, q_i $(i=1,2,3)$ така и од ℓ - должината на интервалот.

1.2. Изразот за сопствените функции со точност до еден константен фактор е од следниот вид

$$\phi(x) = \left[(0)^{(p_1)}+(1)^{(p_1)}x\right]M_{11}+(0)^{(p_2)}M_{12}+\left[(\ell)^{(q_2)}-(1)^{(q_1)}x\right]M_{13} -$$
$$- (\ell)^{(q_2)}M_{14}+\left[(1)^{(p_1)}(\ell)^{(q_1)}-(1)^{(q_1)}(0)^{(p_1)}\right](M_{21}+M_{31}) -$$
$$- (1)^{(p_1)}(\ell)^{(q_2)}(M_{22}+M_{32})+(1)^{(p_1)}\left[(0)^{(q_2)}M_{23}+(0)^{(p_2)}M_{33}\right] +$$
$$+ (1)^{(q_1)}(0)^{(p_2)}(M_{25}+M_{35})+(1)^{(q_1)}(\ell)^{(q_2)}(M_{24}+M_{34}) \qquad (7)$$

каде што M_{ij} $(i=1,2,3;\ j=1,2,\ldots,5)$ се следниве изрази:

$$M_{11}(k) = (k^{p_2+p_3}+k^{q_1+q_2})G_2H_1+k^{q_1}(k^{p_3}S_3T_5-k^{p_2}S_2T_6) + $$
$$+ k^{q_2}(k^{p_2}T_3S_5-k^{p_3}T_2S_6)$$

$$M_{12}(k) = (k^{p_1+p_3}+k^{q_1+q_2})G_3H_1+k^{q_1}(k^{p_3}S_3T_4-k^{p_1}S_1T_6) +$$
$$+ k^{q_2}(k^{p_1}T_3S_4-k^{p_3}T_1S_6)$$

$$M_{13}(k) = G_1(k^{p_3+q_2}S_6+k^{p_1+p_2}T_6)+G_2(k^{p_2+p_3}T_4+k^{p_1+q_2}S_4) -$$
$$- G_3(k^{p_1+p_3}T_5+k^{p_2+q_2}S_5)$$

$$M_{14}(k) = G_1(k^{p_3+q_1}S_3+k^{p_1+p_2}T_3)+G_2(k^{p_2+p_3}T_1+k^{p_1+q_1}S_1) -$$
$$- G_3(k^{p_2+q_1}S_2+k^{p_1+p_3}T_2)$$

$$M_{21}(k) = k^{p_2+p_3}G_2u(1,x,\ell,q_2)-k^{p_2+q_2}S_5u(1,x,0,p_3) +$$
$$+ k^{p_3+q_2}S_6u(1,x,0,p_2)$$

$$M_{22}(k) = k^{p_2+p_3}G_2u(1,x,\ell,q_2)-k^{p_2+q_1}S_2u(1,x,0,p_3) +$$
$$+ k^{p_3+q_1}S_2u(1,x,0,p_2)$$

$$M_{23}(k) = k^{q_1+q_2}H_1u(1,x,0,p_3)-k^{p_3+q_1}S_3u(1,x,\ell,q_2) -$$
$$- k^{p_3+q_2}S_6u(1,x,\ell,q_1)$$

$$M_{24}(k) = k^{p_1+p_2}G_1u(1,x,0,p_3)+k^{p_2+p_3}G_2u(1,x,0,p_1) -$$
$$- k^{p_1+p_3}G_3u(1,x,0,p_2)$$

$$M_{25}(k) = k^{p_1+p_3}G_3u(1,x,\ell,q_2)-k^{q_2+p_1}S_4u(1,x,0,p_3) +$$
$$+ k^{p_3+q_2}S_6u(1,x,0,p_1)$$

$$M_{31}(k)=k^{p_2}T_6u(k,x,0,p_2)-k^{p_3}T_5u(k,x,0,p_3)+k^{q_2}G_2u(k,x,\ell,q_2)$$
$$M_{32}(k)=k^{p_2}T_3u(k,x,0,p_2)-k^{p_3}T_2u(k,x,0,p_3)+k^{q_2}G_2u(k,x,\ell,q_1)$$
$$M_{33}(k)=k^{p_3}H_1u(k,x,0,p_3)-k^{q_1}T_6u(k,x,\ell,q_1)+k^{q_2}T_3u(k,x,\ell,q_2)$$
$$M_{34}(k)=k^{p_1}G_2u(k,x,0,p_1)-k^{p_2}G_3u(k,x,0,p_2)+k^{p_3}G_1u(k,x,0,p_3)$$
$$M_{35}(k)=k^{p_1}T_6u(k,x,0,p_1)-k^{p_3}T_4u(k,x,0,p_3)+k^{q_2}G_2u(k,x,\ell,q_2)$$

каде што покрај порано назначените ознаки е воведена и следната:

$$u(k,x,g,f) = \sin\left[k(x-g)-f-\frac{\pi}{2}\right].$$

2. Во оваа точка ќе го разгледаме истиот проблем само за посебни вредности на p_i и q_i $(i=1,2,3)$. Од подолу изложеното очигледно е упростувањето на соодветните изрази од т.1.1. и т.1.2.

2.1. Нека $p_1=q_1=0$, $p_2=q_2=1$, $p_3=q_3=2$.

Карактеристичната равенка (6) при овие услови ќе биде од вид:

$$\ell k^2\left[2k(1-\cos\ell\cos k\ell)-(1+k^2)\sin\ell\sin k\ell\right]+2k^2(k^2-1)\sin k\ell(1-\cos\ell)-$$
$$-2k(k^2-1)\sin\ell(1-\cos k\ell) = 0 \qquad (6')$$

чии корени зависат од ℓ.

Ако земеме $\ell=\pi$, тогаш равенката (6′) добива вид

$$k^2\cos\frac{k\pi}{2}\left[\pi k\cos\frac{k\pi}{2} + 2(k^2-1)\sin\frac{k\pi}{2}\right] = 0; \qquad (6'')$$

од тоа, ако $\cos\frac{k\pi}{2} = 0$, тогаш

$$k = 2n+1 \quad (n=0,1,2,\dots).$$

Значи, позитивните сопствени вредности за овој посебен случај при $\ell=\pi$ се

$$\lambda = k^2-1 = (2n+1)^2-1 = 4n(n+1), \quad (n=0,1,2,\dots).$$

Сопствените функции за кое било ℓ се од вид

$$\phi_k(x)=4k\left[k\sin\frac{\ell}{2}\cos\frac{k\ell}{2}-\cos\frac{\ell}{2}\sin\frac{k\ell}{2}\right]^2x+$$
$$+\left[k\ell(\cos k\ell-\cos\ell)+(1-\cos k\ell)k\sin\ell-(1-\cos\ell)\sin k\ell\right]\cdot$$
$$\cdot\left[(1-k)^2+k^2\cos x-\cos kx\right]+(1-\cos\ell)(1-\cos k\ell)(k^3\sin x+\sin kx)-$$
$$-2k(1-\cos k\ell)(\sin kx+\sin x)+k\sin\ell\sin k\ell(k\sin x+\sin kx)+$$
$$+k\ell(k\sin\ell-\sin k\ell)(\sin kx-k\sin x), \qquad (7')$$

а за $\ell=\pi$ и $k=2n+1$ се од вид

$$\phi_n(x)=4(2n+1)\left[4n(n+1)\sin x-\sin(2n+1)x\right], \quad (n=1,2,\dots). \qquad (7'')$$

Од вториот множител на равенката (6″) при $\cos\frac{k\pi}{2} \neq 0$ се добива дека

$$\pi k+2(k^2-1)\,\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2} = 0$$

за бесконечно многу вредности на к.

За оваа равенка се пресметани [4] со шест точни цифри следниве корени

3,72885; 5,82772; 7,87286; 9,89909; 11,9163; 13,9285;
15,9376 ...

Корените на оваа равенка и понатаму се јавуваат во левата околина на парните броеви.

Користејќи го условот $\lambda=\kappa^2-1$, првите неколку сопствени вредности се соодветно

12,904; 32,962; 60,981; 96,992; 140,999;
193,004; 253,009.

2.2. Направени се испитувања и за други контурни услови, за ℓ кој и да било број.

Во следната табела се дадени трансцендентните равенки за $\ell=\pi$.

$\lambda=\kappa^2-1>0$

Контурни услови $(p_1,p_2,p_3;q_1,q_2,q_3)$	Карактеристични равенки	Сопствени вредности
(0,1,2;0,1,2)	$\cos\frac{k\pi}{2}=0$ $2(k^2-1)\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2}+k=0 \quad (k\neq 2n+1)$	$\lambda=4n(n+1)$ пребројиво многу
(0,1,2;0,1,3)	$2k^4+\pi k(1-k^2)\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2}-2(1-k^2)^2\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2}=0 \quad (k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,1,4)	$\cos\frac{k\pi}{2}=0$ $\pi k^2(1+k^2)+2(k^2-1)(2k^2+1)\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2}=0 \quad (k\neq 2n+1)$	$\lambda=4n(n+1)$ пребројиво многу
(0,1,2;0,1,5)	$2(k^2-1)(k^4-1)\mathrm{tg}^2\frac{k\pi}{2}+\pi k(k^4-1)\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2}-2k^6=0$ $(k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,1,6)	$\cos\frac{k\pi}{2}=0$ $\pi k(1+k^4)+2(k^2-1)(2k^4+k^2+1)\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2}=0 \quad (k\neq 2n+1)$	$\lambda=4n(n+1)$ пребројиво многу
(0,1,2;0,2,3)	$\pi k(1+k^2)+4(k^2-1)\mathrm{tg}\frac{k\pi}{2}-\pi k^3\mathrm{tg}^2\frac{k\pi}{2}=0 \quad (k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,2,4)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi=0$	$\lambda=n^2-1$

Контурни услови $(p_1,p_2,p_3;q_1,q_2,q_3)$	Карактеристични равенки	Сопствени вредности
(0,1,2;0,2,5)	$\pi k(2+k^4)+2(k^2-1)\,tg\frac{k\pi}{2}-\pi k^5 tg^2\frac{k\pi}{2}=0,\quad (k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,2,6)	$k^4(k^2-1)\sin k\pi=0$	$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;0,3,4)	$2(k^2-1)(1+2k^2)\,tg\frac{k\pi}{2}+$ $+\pi k\left[(1+k^2)^2+(1-k^2)^2 tg^2\frac{k\pi}{2}\right]=0,\quad (k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,3,5)	$k^2-k\,tg\frac{k\pi}{2}+(1-k^2)\,tg^2\frac{k\pi}{2}=0,\quad (k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,3,6)	$2(1-k^2)(1+k^2+2k^4)\,tg\frac{k\pi}{2}-$ $-\pi k\left[1+k^4+(1-k^2)^2 tg^2\frac{k\pi}{2}\right]=0,\quad (k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,4,5)	$2(k^2-1)\,tg\frac{k\pi}{2}+$ $+\pi k(1+k^2)\left[1+k^4+(1-k^2)^2 tg^2\frac{k\pi}{2}\right]=0,\quad (k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;0,4,6)	$\sin k\pi=0$	$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;0,5,6)	$\pi k\left[(1+k^4)+(1-k^4)\,tg^2\frac{k\pi}{2}\right]+2(k^2-1)\,tg\frac{k\pi}{2}=0$ $(k\neq 2n+1)$	
(0,1,2;1,2,3)	$k^5\cos\frac{k\pi}{2}=0$	$\lambda=4n(n+1)$
(0,1,2;1,2,4)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi=0$	$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;1,2,5)	$k^7\cos\frac{k\pi}{2}=0$	$\lambda=4n(n+1)$
(0,1,2;1,2,6)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi=0$	$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;1,3,4)	$(1-k^2)^2 tg^2\frac{k\pi}{2}+k^2(1+k^2)\neq 0,\quad (\forall k\neq 0)$	нема
(0,1,2;1,3,5)	$k(k^2-1)\sin k\pi=0$	$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;1,3,6)	$k^2(1+k^4)+(1-k^2)(1-k^4)\,tg^2\frac{k\pi}{2}=0,\quad (k\neq 2n+1)$	нема
(0,1,2;1,4,5)	$k\cos\frac{k\pi}{2}=0$	$\lambda=4n(n+1)$

Контурни услови $(p_1, p_2, p_3; q_1, q_2, q_3)$	Карактеристични равенки		Сопствени вредности
(0,1,2;1,4,6)	$k(k^2-1)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;1,5,6)	$k(1-k^4+2k^8)+2\cos k\pi = 0$		нема
(0,1,2;2,3,4)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;2,3,5)	$k^5(1-k^2)\cos\frac{k\pi}{2} = 0$		$\lambda=4n(n+1)$
(0,1,2;2,3,6)	$k^4(k^4-1)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;2,4,5)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;2,4,6)	$\Delta=0 \quad (\forall k)$		$\forall\lambda\in R^+$
(0,1,2;2,5,6)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;3,4,5)	$k^5(1-k^2)(k^2+\cos k\pi) = 0$		нема
(0,1,2;3,4,6)	$k^6(k^2-1)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(0,1,2;3,5,6)	$k^5(1-k^2)(k^4+\cos k\pi) = 0$		нема
(0,1,2;4,5,6)	$k^6(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(1,2,3;0,1,2)	$k^5\cos\frac{k\pi}{2} = 0$		$\lambda=4n(n+1)$
(1,2,3;0,1,3)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(1,2,3;0,1,4)	$k^2(1+k^2)-(k^2-1)^2\operatorname{tg}^2\frac{k\pi}{2} = 0,$	$(k\neq 2n+1)$	преброиво многу
(1,2,3;0,1,5)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(1,2,3;0,1,6)	$1-k^2-k^2(1+k^2)\operatorname{tg}^2\frac{k\pi}{2} = 0,$	$(k\neq 2n+1)$	нема
(1,2,3;0,2,3)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(1,2,3;0,2,4)	$(1+k^2)-(1-k^2)\operatorname{tg}\frac{k\pi}{2} = 0,$	$(k\neq 2n+1)$	преброиво многу
(1,2,3;0,2,5)	$k^4(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$

Контурни услови $(p_1,p_2,p_3;q_1,q_2,q_3)$	Карактеристични равенки		Сопствени вредности
(1,2,3;0,2,6)	$(1+k^4)-(k^2-1)^2\,tg^2\frac{k\pi}{2} = 0,$	$(k\neq 2n+1)$	преброиво многу
(1,2,3;0,3,4)	$k^5\cos\frac{k\pi}{2} = 0$		$\lambda=4n(n+1)$
(1,2,3;0,3,5)	$k^6(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(1,2,3;0,3,6)	$k^5\cos\frac{k\pi}{2} = 0$		$\lambda=4n(n+1)$
(1,2,3;0,4,5)	$k^5\cos\frac{k\pi}{2} = 0$		$\lambda=4n(n+1)$
(1,2,3;0,4,6)	$k^6(1-k^2)\sin k\pi = 0$		$\lambda=n^2-1$
(1,2,3;0,5,6)	$k^5\cos\frac{k\pi}{2} = 0$		$\lambda=4n(n+1)$

За контурните услови при кои $p_1 \geq 1$, $p_2 \geq 2$, $p_3 \geq 3$, $q_1 \geq 1$, $q_2 \geq 2$, $q_3 \geq 3$, $\Delta(\lambda)=0$ за секое λ.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] E. Kamke: Differentialgleichungen: Lösungsmethoden und Lösungen, Bd. I, Leipzig, 1959

[2] Л. Коллатц: Задачи на сопственные значения, Москва, 1968

[3] P. Funk: Stabilität eines Kreisbogens unter gleichmässigen radialem Druck, ZAMM 4 (1924)

[4] Пресметувањата ги изврши Д.Битраков на молба од авторите

TRANSCENDENTAL EQUATIONS OBTAINED BY A STURM-LIOUVILL'S PROBLEM OF SIXTH ORDER

S. Georgievska and E. Atanasova

S u m m a r y

The eigenvalue problem for the differential equation of [...]th order

$$y^{(6)} + (2+\lambda)y^{(4)} + (1+\lambda)y^{(2)} = 0; \qquad (1)$$

[...] Sturm conditions

$$y^{(p_i)}(a) = y^{(q_i)}(b) = 0 \quad (i=1,2,3), \qquad (2)$$

[...]nsidered.

[...] special case of the problem (1)-(2) for a=0, b=ℓ=π is